Informatikmittelschule

Aufnahmeprüfung 2020 für das Schuljahr 2021/22

Mathematik

Lösungen

Anleitung: Es werden keine halben Teilpunkte gegeben, sondern nur ganze Punkte.

Punkteverteilung:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Total
mögliche Punkte	4	3	3	3	4	4	3	2	3	4	2	2	37
erreichte Punkte													

1. (a) und (c) je $\boxed{1P}$; bei (b) $\boxed{2P}$, ein Fehler $\boxed{1P}$, mehr Fehler $\boxed{0P}$.

   (a) $p - 2 \cdot (p-3) = p - 2p + 6 = -p + 6$

   (b) $a \cdot \left(\sqrt{a^2 + (2a)^2 \cdot 2} + 2a\right) = a \cdot \left(\sqrt{a^2 + 4a^2 \cdot 2} + 2a\right) = a \cdot \left(\sqrt{a^2 + 8a^2} + 2a\right) =$
   $a \cdot \left(\sqrt{9a^2} + 2a\right) = a \cdot (3a + 2a) = a \cdot 5a = 5a^2$

   (c) $\frac{2}{61} + \frac{5}{41} \cdot \frac{8}{61} = \frac{2 \cdot 41}{61 \cdot 41} + \frac{5 \cdot 8}{41 \cdot 61} = \frac{2 \cdot 41 + 5 \cdot 8}{61 \cdot 41} = \frac{122}{61 \cdot 41} = \frac{2 \cdot 61}{61 \cdot 41} = \frac{2}{41}$

2. (a) $\boxed{1P}$, (b) $\boxed{2P}$, ein Fehler $\boxed{1P}$, mehr Fehler $\boxed{0P}$.

   (a) $13x + 525 = 275 - 17x \Leftrightarrow 30x = -250 \Leftrightarrow x = -\frac{25}{3} \approx -8.333$. $\boxed{0P}$ für $x = -\frac{250}{30}$.

   (b) Variante 1: $\frac{7x+27}{5} - \frac{3x-5}{2} = 10 \Leftrightarrow 10 \cdot \left(\frac{7x+27}{5} - \frac{3x-5}{2}\right) = 10 \cdot 10 \Leftrightarrow \frac{10 \cdot (7x+27)}{5} - \frac{10 \cdot (3x-5)}{2} = 100 \Leftrightarrow 2 \cdot (7x + 27) - 5 \cdot (3x - 5) = 100 \Leftrightarrow 14x + 54 - 15x + 25 = 100 \Leftrightarrow -x = 21 \Leftrightarrow x = -21$.
   Variante 2: $\frac{7x+27}{5} - \frac{3x-5}{2} = 10 \Leftrightarrow \frac{2 \cdot (7x+27)}{2 \cdot 5} - \frac{5 \cdot (3x-5)}{5 \cdot 2} = 10 \Leftrightarrow \frac{2 \cdot (7x+27) - 5 \cdot (3x-5)}{10} = 10 \Leftrightarrow 2 \cdot (7x + 27) - 5 \cdot (3x - 5) = 10 \cdot 10 \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow x = -21$.

3. (a) $400 \div 7 = 57$ Rest 1. Jedes kleine Kind erhält 57 Gummibärchen, Maria 1 $\boxed{1P}$.

   (b) Die gesuchte Stapelhöhe h ist das kleinste gemeinsame Vielfache der Einzeldicken: $\text{kgV}(9, 10, 12)$ $\boxed{1P}$. Also $h = \text{kgV}(3 \cdot 3, 2 \cdot 5, 2 \cdot 2 \cdot 3) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 180$ mm $\boxed{1P}$.

4. (a) $50 + 20x + 50y + 100z = 20x + 50(y + 1) + 100z$ $\boxed{1P}$.

   (b) x ist die Anzahl Mini-Packungen: $50 + 20x + 50\frac{x}{4} + 100 \cdot 2 = 770$ $\boxed{1P}$. Lösen: $32\frac{1}{2}x = 520 \Leftrightarrow x = 16$. Das Paket enthält 16 Mini-Packungen $\boxed{1P}$.
   Rechnet jemand in (a) und (b) ohne das Verpackungsgewicht, gibt es bei (b) für die gerundeten Ergebnisse 17 bzw. 18 Mini-Packungen $\boxed{1P}$.

5. (a) Fünf richtige Einträge $\boxed{2P}$, vier richtige Einträge $\boxed{1P}$, sonst $\boxed{0P}$.

Anzahl Übernachtungen	Preis (CHF)
1	<u>58</u>
2	116
3	174
4	232
5	<u>290</u>

   (b) Löse $3 \cdot 75 + (x - 3) \cdot \frac{100\% - 10\%}{100\%} \cdot 75 = 900$ CHF; erhalte: Herr Chandrasekhar blieb $x = 13$ Nächte $\boxed{2P}$, ein Fehler $\boxed{1P}$ (z.B. mit $4 \cdot 75$ und entsprechend mit $(x - 4)$ gerechnet zählt als ein Fehler, auch wenn man nach Rundung „$x = 12\frac{8}{9} \approx 13$“ das korrekte Ergebnis erhält), mehr Fehler $\boxed{0P}$. Wer durch fehlerfreies, systematische Probieren die korrekte Lösung findet, kann volle Punkte erreichen.

6. Folgefehler werden beachtet und es werden entsprechend Punkte vergeben.

   (a) Die richtige Mischung von 1000 ml Desinfektionsmittel enthält 80% Alkohol, also 800 ml Alkohol, dazu muss man $\frac{100\%}{96\%} \cdot 800 = \frac{2500}{3}$ ml Spiritus verwenden $\boxed{1\text{P}}$. Bei der falschen Mischung wurden aber nur $1000 - \frac{2500}{3} = \frac{500}{3}$ ml Spiritus dazugegeben, also enthält sie nur $\frac{96\%}{100\%} \cdot \frac{500}{3} = 160$ ml Alkohol $\boxed{1\text{P}}$.

   (b) Gibt man x ml Spiritus dazu, erhält man eine Mischung mit $160 + \frac{96\%}{100\%} \cdot x$ ml Alkohol und $840 + \frac{100-96\%}{100\%} \cdot x$ ml Wasser $\boxed{1\text{P}}$. Damit das Mischungsverhältnis zum Schluss stimmt muss also gelten: $\frac{100\%}{80\%} \cdot (160 + 0.96x) = \frac{100\%}{100\%-80\%} \cdot (840 + 0.04x)$. Löse die Gleichung: $1.25 \cdot (160 + 0.96x) = 5 \cdot (840 + 0.04x) \Leftrightarrow 200 + 1.2x = 4200 + 0.2x \Leftrightarrow x = 4000$. Der Apotheker muss also noch 4000 ml des Spiritus dazugeben $\boxed{1\text{P}}$.
   Alternative: Am Ende muss der Alkoholanteil 80% betragen, löse also $160 + \frac{96\%}{100\%} \cdot x = \frac{80\%}{100\%} \cdot (1000 + x)$ $\boxed{1\text{P}}$. Löse: $160 + 0.96x = 800 + 0.8x \Leftrightarrow 0.16x = 640 \Leftrightarrow x = 4000$ $\boxed{1\text{P}}$.

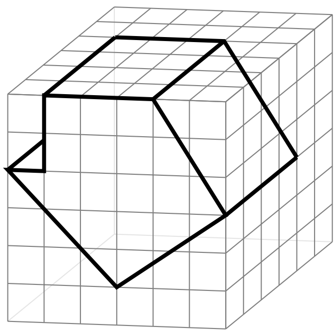
7. Der Gesamtflächeninhalt $F = 2 \cdot F_1 + 2 \cdot F_2$ setzt sich aus zwei flächengleichen Trapezen mit Flächeninhalt $F_1 = \frac{a+c}{2} \cdot h_1$ und zwei flächengleichen Dreiecken mit Flächeninhalt $F_2 = \frac{g \cdot h_2}{2}$ zusammen. Mit Pythagoras: $h_1 = h_2 = \sqrt{6^2 + h^2} = \sqrt{6^2 + 2.5^2} = 6.5$ m $\boxed{1\text{P}}$. Also $F_1 = \frac{a+c}{2} \cdot h_1 = \frac{(2 \cdot 6+3)+3}{2} \cdot 6.5 = 58.5\ \text{m}^2$ $\boxed{1\text{P}}$ und $F_2 = \frac{g \cdot h_2}{2} = \frac{(2 \cdot 6) \cdot 6.5}{2} = 39\ \text{m}^2$. Zusammen also $F = 2 \cdot F_1 + 2 \cdot F_2 = 2 \cdot 58.5 + 2 \cdot 39 = 195\ \text{m}^2$ $\boxed{1\text{P}}$. Falls die Gesamtfläche mit falschem Trapezflächeninhalt richtig berechnet wurde, so erhält man von den letzten beiden $\boxed{1\text{P}}$.

8. Neun richtige Einträge $\boxed{2\text{P}}$, acht oder sieben richtige Einträge $\boxed{1\text{P}}$, sonst $\boxed{0\text{P}}$.

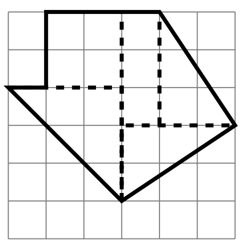
Figur:	A	B	C
Punktsymmetrie:	nein	ja	nein
Achsensymmetrien:	1	6	0
Drehsymmetrie:	360°	60°	360°

9. (a) Korrektes Raumbild wie unten dargestellt $\boxed{1\text{P}}$.

   (b) Prismenformel: $V = G \cdot h$ mit Grundfläche G (Vorderansicht) und Prismenhöhe $h = 4$ cm. Zerlege G z.B. wie unten in Dreiecke und Rechtecke. Summiere die Einzelflächeninhalte: $G = 4.5 + 3 + 3 + 3 + 4 = 17.5\ \text{cm}^2$. Alternative: Subtrahiere von einem Rechteck, etwa: $G = 30 - 4.5 - 3 - 3 - 2 = 17.5\ \text{cm}^2$ $\boxed{1\text{P}}$. $V = G \cdot h = 17.5 \cdot 4 = 70\ \text{cm}^3$ $\boxed{1\text{P}}$. Mit entsprechender Zerlegung des Körpers in Teilprismen statt mit vorgängiger Zerlegung der Grundfläche in Teilflächen kann man ebenfalls volle Punkte erreichen.



Raumbild zu Aufgabe 9

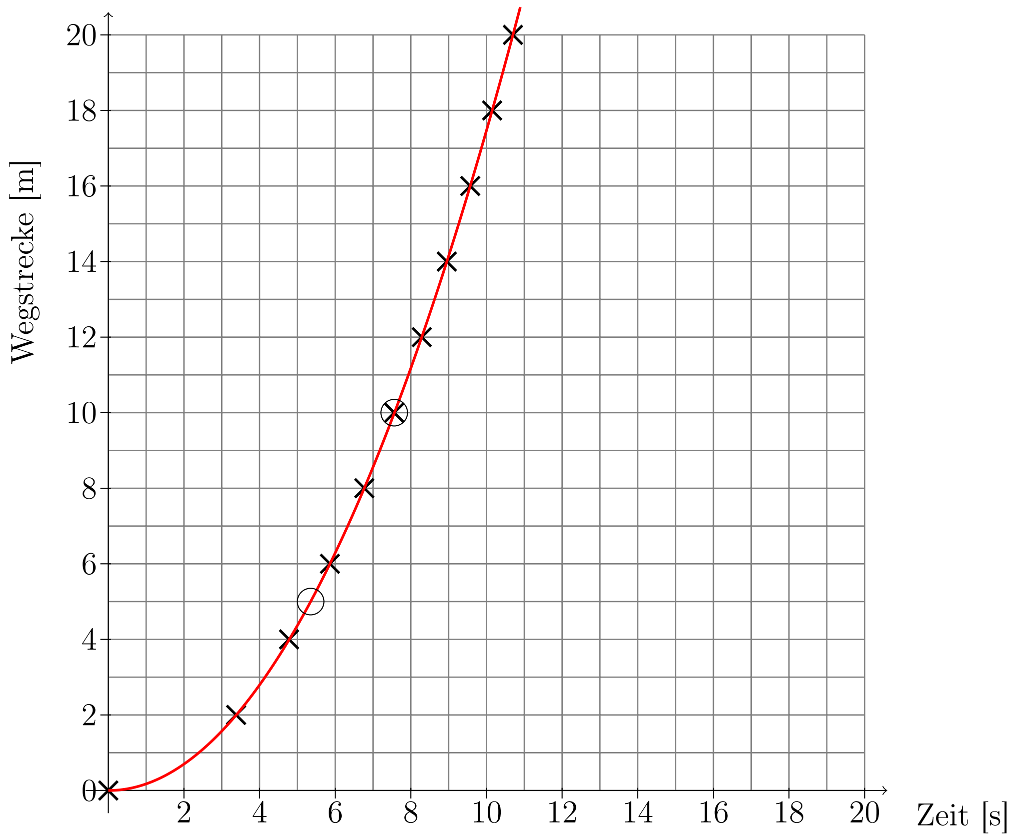


Unterteilung Grundfläche für Aufgabe 9

10. (a) Graph: siehe unten $\boxed{1P}$ – stückweise linear mit 10 Abschnitt gilt als richtig. Falsche Skalen: $\boxed{0P}$. Vertauschte Achsen, richtige Skalen: $\boxed{1P}$.

(b) Bei halber Höhe ist die Hälfte der Horizontaldistanz, also $s = 10$ m zurückgelegt. Aus dem Graphen (obere umkreiste Stelle) oder direkt aus der Tabelle liest man die Zeit ab: $t \approx 7.6$ s $\boxed{1P}$. Falls über den Umweg der Totaldistanz $\sqrt{20^2 + 1^2}$ korrekt gerechnet wurde, können volle Punkte erreicht werden.

(c) Aus dem Graphen (untere umkreiste Stelle) liest man für die halbe Zeit $t = 5.35$ s die Horizontaldistanz von $s \approx 5$ m ab $\boxed{1P}$. Die Höhe hat also um etwa $\frac{1}{20} \cdot 5 = 0.25$ m abgenommen auf $100 - 25 = 75$ cm $\boxed{1P}$.

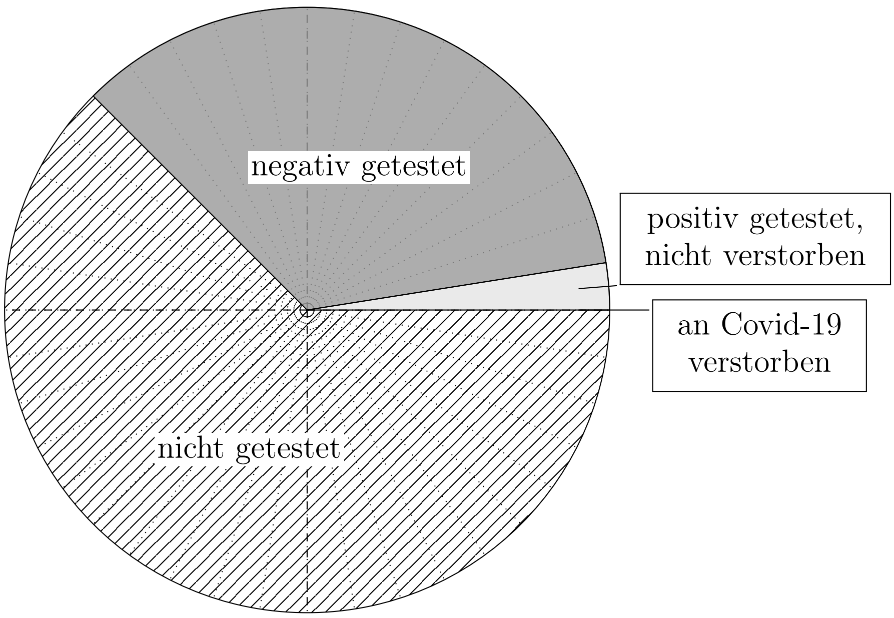


Graph im Zeit-Weg-Diagramm zu Aufgabe 10.

11. (a) $\boxed{\text{1P}}$ für vollständige, fehlerfreie Tabelle. Vollständig gekürzte Brüche werden ebenfalls als korrekt gewertet.

(b) $\boxed{\text{1P}}$ für Diagramm, die Beschriftung „an Covid-19 verstorben“ kann fehlen.

Kategorie	Anteil
nicht getestet	62.5% $\left(\frac{5}{8}\right)$
negativ getestet	35.0% $\left(\frac{7}{20}\right)$
positiv getestet, nicht verstorben	2.5% $\left(\frac{1}{40}\right)$
an Covid-19 verstorben	0.0% (0)



12. Nach 20 Tagen lag die Anzahl Neuerkrankter bei etwa 1000. $\boxed{\text{2P}}$ für korrekten Rechenweg.

Zeit in Tagen	0	4	8	12	16	20
Anzahl Neuerkrankte	1	4	16	64	256	1024

$\boxed{\text{1P}}$ bei erkennbarem Rechenweg und Resultat „5 Tage“ oder Zwischenresultat „1024 Neuerkrankte“.