Kantonsschule Büelrain
Winterthur

Kantonsschule Hottingen
Informatikmittelschule

Informatikmittelschule

Aufnahmeprüfung 2018 für das Schuljahr 2019/20

Mathematik

Name: .... Nummer: ....

Dauer der Prüfung: 90 Minuten

Umfang der Prüfung: 11 Aufgaben (bitte überprüfen)

Hilfsmittel: nur Taschenrechnermodelle TI-30 eco RS, TI-30X IIS, Sharp EL-501 X-GR, Sharp EL-531 XH (gemäss Einladung) und Konstruktionswerkzeug (Geodreieck, Zirkel, Lineal).

Anleitung:

- Die Lösungen für alle Aufgaben müssen in dieses Heft geschrieben werden. Wenn du zu wenig Platz hast, kannst du die leeren Seiten benutzen. Du darfst kein zusätzliches Notizpapier verwenden.
- Die Lösungswege müssen lückenlos dokumentiert sein. Sämtliche Zwischenresultate oder Überlegungsfiguren gehören in dieses Heft. Durchgestrichenes wird nicht bewertet. Bei mehreren Lösungsansätzen wird keiner bewertet.
- Die Aufgaben können in beliebiger Reihenfolge gelöst werden.
- Achte auf eine klare Darstellung und schreibe weder mit Bleistift noch mit rotem Stift.
- **Du darfst erst umblättern und mit dem Lösen der Aufgaben beginnen, wenn die Prüfungsaufsicht das Signal dazu gibt.**

Punkteverteilung (bitte nicht ausfüllen):

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Total
mögliche Punkte	6	4	5	3	3	3	2	3	3	2	4	38
erreichte Punkte												

1. Terme

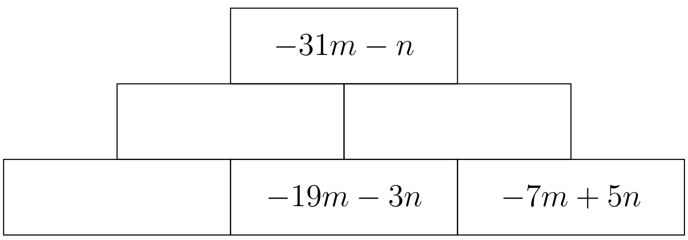
(a) Löse die Klammern auf und fasse zusammen:

$$[9x + 5y - (4x + y)] - [7x + 3y - (4x - y)]$$

(b) Vereinfache soweit als möglich:

$$\frac{1}{5} - \frac{6a - 10b}{15a} : \frac{3a - 5b}{3a}$$

(c) Vervollständige die Rechenmauer (In jedem Block muss die Summe der beiden darunterliegenden Blöcke stehen):



2. Löse folgende Gleichungen nach x auf:

   (a) $$3x - 21 = 7(8 - 9x) + 5(2x + 7)$$

   (b) $$\frac{2x - 3}{9} - \frac{x + 5}{21} = 1$$

3. (a) Apotheker Klaus mischt 3.7 l, 9 dl, 2550 cm^3 und 0.6 dm^3 zu einer Flüssigkeit zusammen und will sie in 25 cl Flaschen abfüllen. Wie viele Flaschen braucht er?

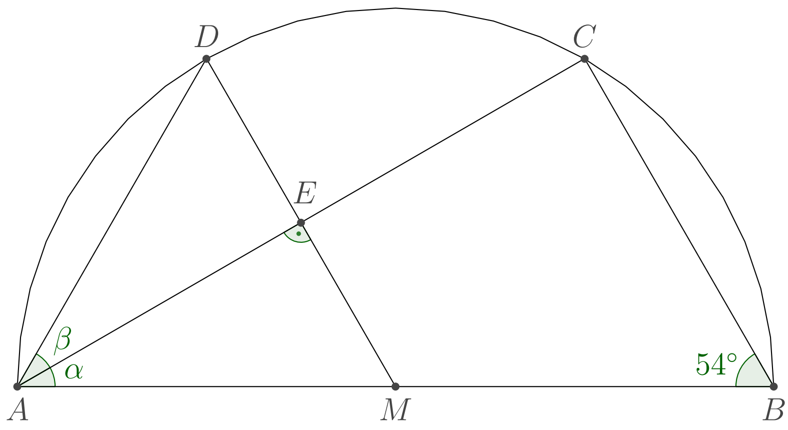
(b) Er mischt 4 Liter Wasser und 6 Liter 10%-Alkohol zusammen. Wie viel Prozent Alkohol hat diese Mischung?

(c) Nun mischt er 10 Liter 10%-Alkohol und 2.5 Liter x-%-igen Alkohol. Die Mischung enthält zusammen 15% Alkohol. Bestimme x?

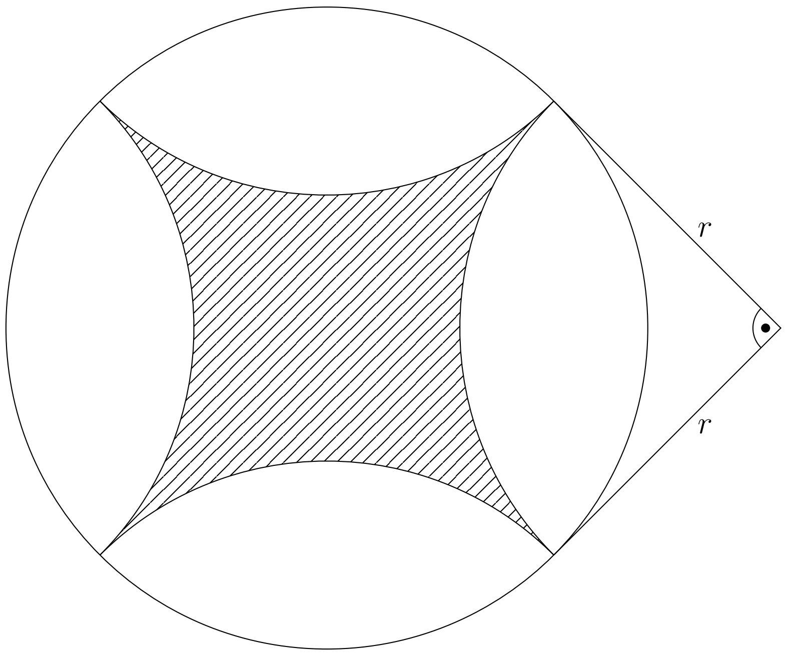
4. Ramesh hat den Triathlon von Seedorf (1.5 km Schwimmen, 40 km Radfahren, 10 km Laufen) im letzten Jahr in 2 Stunden 20 Minuten geschafft. Beim Schwimmen rechnet er dieses Jahr mit 18 Minuten pro Kilometer und beim Laufen mit 4.5 Minuten pro Kilometer. Wie schnell muss er mit dem Rennrad im Schnitt fahren, damit er seine Zeit vom letzten Jahr um 1 Minute verbessern kann?

5. Der Schützenverein verkauft am Dorffest Apfel- und Kirschtorten. Ein Stück Apfeltorte kostet CHF 6.50, ein Stück Kirschtorte CHF 7.20. Am Schluss hat der Verein 232 Stück Torte verkauft und in der Kasse sind CHF 1604.60. Wie viele Stück Apfeltorte wurden verkauft? Löse mit einer Gleichung. Die volle Punktzahl kannst du nur erhalten, wenn du die Aufgabe mit einer Gleichung löst.

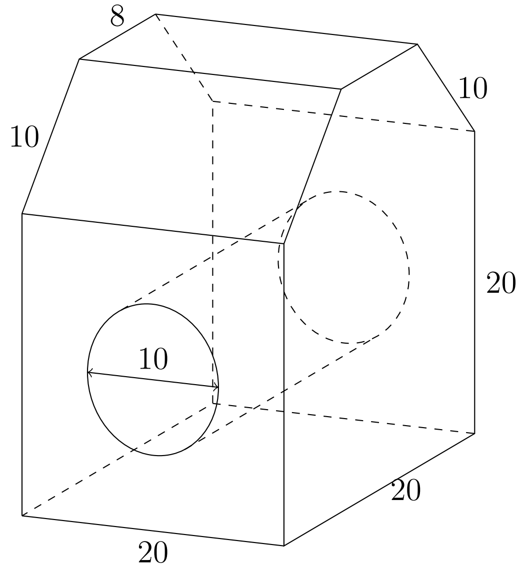
6. Berechne die Winkel α und β, wobei M der Mittelpunkt des Halbkreises ist.
(Beachte: Die Zeichnung ist nicht massstabsgetreu!)



7. Berechne die Fläche der schraffierten Figur, wenn die Radien aller Kreisbögen und des Kreises jeweils $r = 9$ cm betragen.



8. Von einem Quader werden zwei gleiche dreiseitige Prismen abgeschnitten. Dann wird im unteren Teil ein Loch in der Form eines geraden Zylinders gebohrt. Berechne das Volumen anhand der Abmessungen (Angaben in cm) in der Skizze.

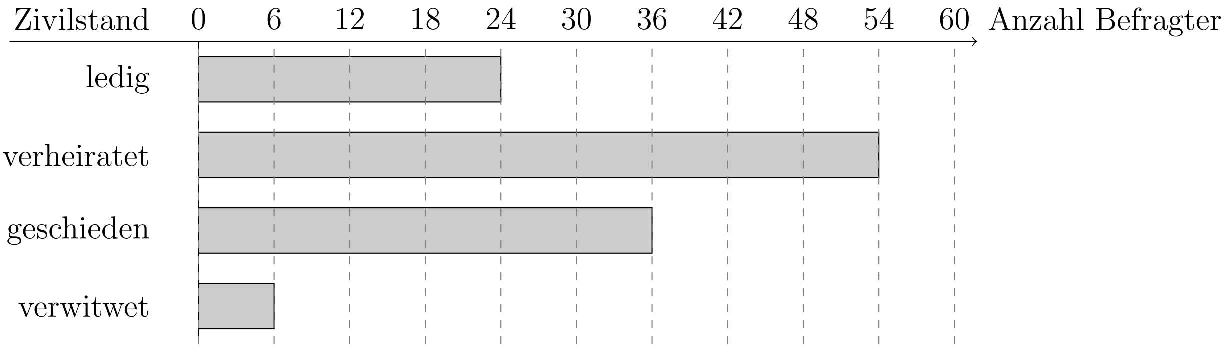


9. Robert ist zwar neugierig aber auch etwas unordentlich. In seiner Sockenschublade liegen 4 rote, 3 blaue und 3 grüne Socken zufällig durcheinander.

   (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält er Socken gleicher Farbe, wenn er zufällig zwei herausgreift?

   (b) Wie oft muss Robert das zufällige Herausnehmen zweier Socken wiederholen, damit er erwarten kann, 90 Mal zwei gleichfarbige Socken zu erwischen, wenn er die Socken nach jedem Herausnehmen zurücklegt?
   Falls du (a) nicht lösen konntest, so darfst du mit dem falschen Wert von 36% für die Wahrscheinlichkeit, zwei Socken von gleicher Farbe zu ziehen, rechnen.

10. Zur Optimierung seiner Werbestrategie hat ein Unternehmen eine Kundenbefragung durchgeführt. Das Diagramm gibt die Resultate zum Zivilstand der befragten Personen wieder.

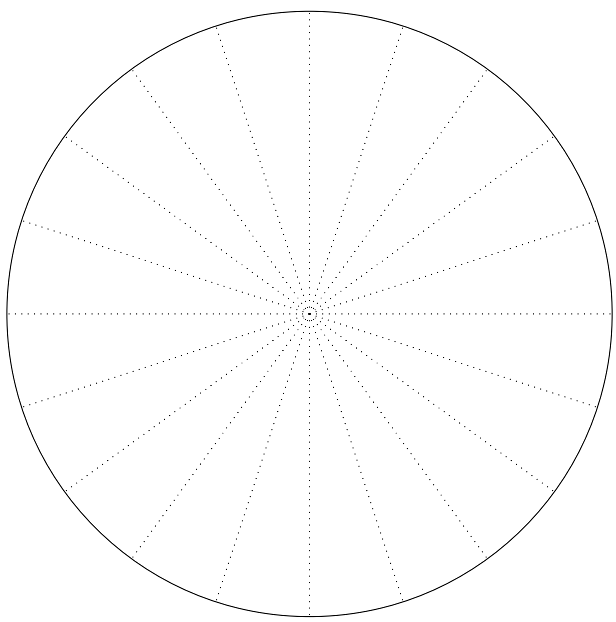


Balkendiagramm zum Zivilstand

(a) Fülle die Tabelle mit absoluten und relativen Häufigkeiten zu obigem Diagramm aus:

Häufigkeit	absolut	relativ
ledig		
verheiratet		
geschieden		
verwitwet		

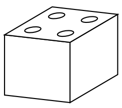
(b) Stelle das Ergebnis der Befragung als Kreisdiagramm dar. Trage dazu die Werte im dargestellten Kreis ein und beschrifte die Anteile mit dem jeweiligen Zivilstand.



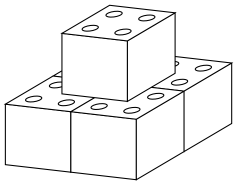
Kreisdiagramm zum Zivilstand

11. Aus Legosteinen wird schrittweise ein immer grösserer Körper aufgebaut, der an eine quadratische Pyramide erinnert (Siehe Bilder). Die Anzahl A der benötigten Legosteine für eine Pyramide der Höhe n folgt der Formel

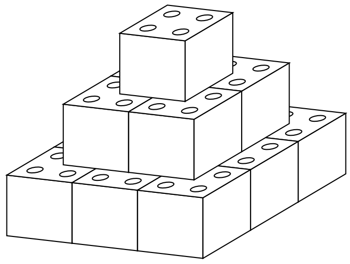
$$A = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$



Legopyramide der Höhe 1



Legopyramide der Höhe 2



Legopyramide der Höhe 3

(a) Wie viele Legosteine braucht man für eine solche Pyramide der Höhe 10?

(b) Wenn Viktoria 1000 Legosteine hätte, wie hoch kann ihre Pyramide maximal werden?

(c) Viktoria beginnt so eine Pyramide zu bauen, die die Höhe 12 haben soll. Doch nach den untersten 6 Schichten gehen ihr die Steine aus. Wie viele Legosteine hat sie bis dahin verbaut?

Kantonsschule Büelrain Winterthur

Kantonsschule Hottingen Informatikmittelschule

Informatikmittelschule

Aufnahmeprüfung 2018 für das Schuljahr 2019/20

Mathematik

Lösungen

Anleitung: Es werden keine halben Teilpunkte gegeben werden, sondern nur ganze Punkte.

Punkteverteilung:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Total
mögliche Punkte	6	4	5	3	3	3	2	3	3	2	4	38

1. (a) $[9x+5y-(4x+y)]-[7x+3y-(4x-y)] = [9x+5y-4x-y]-[7x+3y-4x+y] = 9x+5y-4x-y-7x-3y+4x-y = 2x.$
   $\boxed{\text{1P}}$ für korrekte Vorzeichen bei Klammerauflösung, $\boxed{\text{1P}}$ für sonstige Rechnungen.

   (b) $\frac{1}{5}-\frac{6a-10b}{15a}:\frac{3a-5b}{3a} = \frac{1}{5}-\frac{6a-10b}{15a}\cdot\frac{3a}{3a-5b} = \frac{1}{5}-\frac{2(3a-5b)}{15a}\cdot\frac{3a}{3a-5b} = \frac{1}{5}-\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{1} = \frac{1}{5}-\frac{2}{5} = -\frac{1}{5}.$
   $\boxed{\text{1P}}$ für Umformung zu „Multiplikation mit Kehrbruch“ und mindestens eine korrekte Kürzung in Form eines erkennbar richtigen Zwischenschrittes, $\boxed{\text{1P}}$ für die übrigen Rechnungen.
   Wird vor der Umformung „Multiplikation mit Kehrbruch“ falsch gekürzt (z.B. $\frac{3a}{3a-5b} = \frac{}{-5b}$ oder $\frac{6a-10b}{15a}:\frac{3a-5b}{3a} = \frac{3a+5b}{5}:\frac{1-5b}{3a}$) gibt es $\boxed{\text{0P}}$.

   (c) $\boxed{\text{2P}}$ insgesamt, $\boxed{\text{1P}}$ für einen Fehler (Folgefehler geben keinen Abzug), mehr Fehler $\boxed{\text{0P}}$.

	$-31m-n$	
$-5m-3n$	$-26m+2n$	
$14m$	$-19m-3n$	$-7m+5n$

2. je $\boxed{\text{2P}}$, ein Fehler $\boxed{\text{1P}}$, mehr Fehler $\boxed{\text{0P}}$.

   (a) $3x-21 = 7(8-9x)+5(2x+7) \Leftrightarrow 3x-21 = 56-63x+10x+35 \Leftrightarrow$
   $3x+63x-10x = 21+56+35 \Leftrightarrow 56x = 112 \Leftrightarrow x = 2.$

   (b) $\frac{2x-3}{9}-\frac{x+5}{21} = 1 \Leftrightarrow 7(2x-3)-3(x+5) = 63 \Leftrightarrow 14x-21-3x-15 = 63 \Leftrightarrow 11x = 99 \Leftrightarrow x = 9.$

3. (a) $\boxed{\text{2P}}$, ein Fehler (z.B. ein Einheitenumrechnungsfehler) $\boxed{\text{1P}}$, mehr Fehler $\boxed{\text{0P}}$.
   $3.7\ \mathrm{l} + 9\ \mathrm{dl} + 2550\ \mathrm{cm}^3 + 0.6\ \mathrm{dm}^3 = 7.75\ \mathrm{l} = 775\ \mathrm{cl}$. $775\ \mathrm{cl} : 25\ \mathrm{cl} = 31$, also 31 Flaschen.

   (b) $\boxed{\text{1P}}$ $(0.1\cdot 6\ \mathrm{l}) : (4\ \mathrm{l} + 6\ \mathrm{l}) = 0.06 = 6\%$.

   (c) Variante 1: $\boxed{\text{1P}}$ für Gesamtmenge Alkohol: $0.15\cdot(10\ \mathrm{l}+2.5\ \mathrm{l}) = 1.875\ \mathrm{l}$.
   Gesamtmenge bekannten Alkohols: $0.1\cdot 10\ \mathrm{l} = 1\ \mathrm{l}$.
   $\boxed{\text{1P}}$ für Alkoholanteil im x-%-igem Alkohol: $(1.875\ \mathrm{l} - 1\ \mathrm{l}) : 2.5\ \mathrm{l} = 0.35 = 35\%$.
   Variante 2: $0.1\cdot 10\ \mathrm{l} + x\cdot 2.5\ \mathrm{l} = 0.15\cdot(10\ \mathrm{l}+2.5\ \mathrm{l}) \Leftrightarrow 1\ \mathrm{l} + x\cdot 2.5\ \mathrm{l} = 1.875\ \mathrm{l} \Leftrightarrow x = (1.875\ \mathrm{l} - 1\ \mathrm{l}) : 2.5\ \mathrm{l} = 0.35 = 35\%$
   $\boxed{\text{1P}}$ fürs Aufstellen der Gleichung, $\boxed{\text{1P}}$ fürs korrekte Lösen.

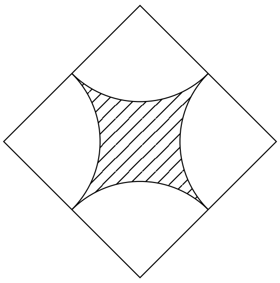
4. Variante 1: $\boxed{\text{1P}}$ für Zeit beim Schwimmen und Laufen: $1.5\ \mathrm{km}\cdot 18\ \mathrm{min/km} + 10\ \mathrm{km}\cdot 4.5\ \mathrm{min/km} = 27\ \mathrm{min} + 45\ \mathrm{min} = 72\ \mathrm{min}$.
   $\boxed{\text{1P}}$ Zeit fürs Radfahren: $2\ \mathrm{h}\ 20\ \mathrm{min} - 1\ \mathrm{min} - 72\ \mathrm{min} = 67\ \mathrm{min} = \frac{67}{60}\ \mathrm{h}$.
   $\boxed{\text{1P}}$ für Geschwindigkeit beim Radfahren: $(40\ \mathrm{km}) : \frac{67}{60}\ \mathrm{h} \approx 35.82\ \mathrm{km/h} \approx 36\ \mathrm{km/h}$.
   Variante 2: x ist die Geschwindigkeit beim Radfahren: $1.5\ \mathrm{km}\cdot 18\ \mathrm{min/km} + 10\ \mathrm{km}\cdot 4.5\ \mathrm{min/km} + 40\ \mathrm{km} : x = 2\ \mathrm{h}\ 20\ \mathrm{min} - 1\ \mathrm{min} \Leftrightarrow 40\ \mathrm{km} : x = 67\ \mathrm{min} \Leftrightarrow 40\ \mathrm{km} : \frac{67}{60}\ \mathrm{h} = x \Leftrightarrow x \approx 35.82\ \mathrm{km/h} \approx 36\ \mathrm{km/h}$
   $\boxed{\text{1P}}$ fürs Aufstellen der Gleichung, $\boxed{\text{2P}}$ fürs korrekte Lösen, ein Fehler beim Lösen $\boxed{\text{1P}}$, mehr Fehler $\boxed{\text{0P}}$ fürs Lösen. Bei falsch aufgestellter Gleichung: höchsten $\boxed{\text{1P}}$ erreichbar.
   Ebenfalls wird die Angabe der Schnelligkeit als 1.675 min/km als richtig akzeptiert.

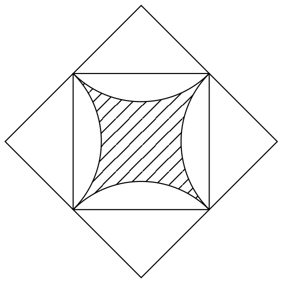
5. x ist die Anzahl verkaufter Stück Apfeltorte und $232-x$ ist die Anzahl verkaufter Stück Kirschtorten $\boxed{\text{1P}}$. $\boxed{\text{1P}}$ fürs Aufstellen der Gleichung und $\boxed{\text{1P}}$ fürs Lösen:
   $6.5x + 7.2(232-x) = 1604.6 \Leftrightarrow -0.7x + 1670.4 = 1604.6 \Leftrightarrow 65.8 = 0.7x \Leftrightarrow 94 = x.$

Es wurden 94 Stück Apfeltorte verkauft.
Wird die Lösung korrekt durch systematisches Probieren gefunden, erhält man $\boxed{1\text{P}}$.

6. $\boxed{1\text{P}}$ für α. Mit Satz des Thales bei C und Winkelsumme im Dreieck ABC: $\alpha = 180° - 90° - 54° = 36°$.
Winkelsumme im Dreieck AME: $\sphericalangle EMA = 180° - 90° - 36° = 54°$. Weil $\overline{MA} = \overline{MD}$ als Radien im Halbkreis, ist Dreieck AMD gleichschenklig $\boxed{1\text{P}}$, also ist $\alpha + \beta = (180° - \sphericalangle EMA)/2 = 63°$. Damit $\beta = 63° - 36° = 27°$ $\boxed{1\text{P}}$.

7. $\boxed{2\text{P}}$, ein Fehler $\boxed{1\text{P}}$, mehr Fehler $\boxed{0\text{P}}$.
Variante 1: äusseres Quadrat minus 4 Viertelkreise:
$(2 \cdot 9 \text{ cm})^2 - 4 \cdot \frac{1}{4}(\pi(9 \text{ cm})^2) \approx 69.53 \text{ cm}^2$.
Variante 2: inneres Quadrat minus 4 Kreissegmente; die Kreissegmente berechnen sich mittels einer Differenz von 90°-Kreissektoren und gleichschenkligen 90°-Dreiecken:
$(9\sqrt{2} \text{ cm})^2 - 4 \cdot \left(\frac{1}{4}(\pi(9 \text{ cm})^2 - \frac{1}{2}(9 \text{ cm})^2)\right) \approx 69.53 \text{ cm}^2$.


Aufg. 7: Variante 1

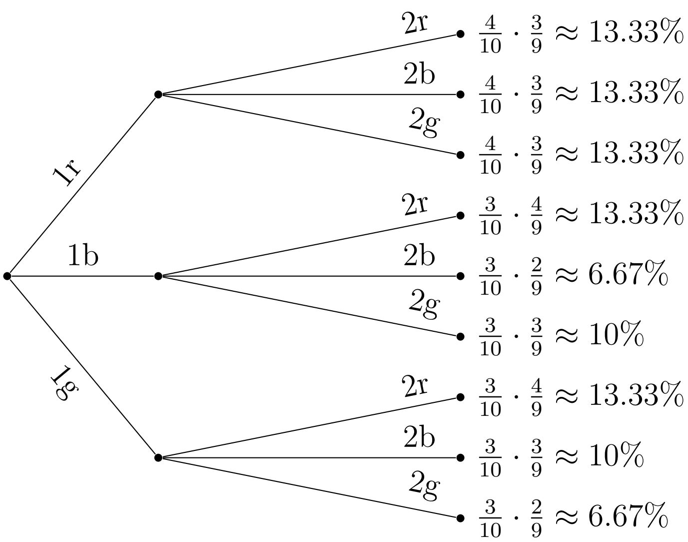

Aufg. 7: Variante 2

8. Die dreiseitigen Prismen, die abgeschnitten werden, haben als Grundfläche ein rechtwinkliges Dreieck mit Hypotenuse 10 cm und den Katheten $a = (20 \text{ cm} - 8 \text{ cm}) : 2 = 6 \text{ cm}$ und $b = \sqrt{(10 \text{ cm})^2 - a^2} = 8 \text{ cm}$ $\boxed{1\text{P}}$. Die Kathete b kann auch als Höhe eines Trapezes aufgefasst werden.
Variante 1: $V = V_{\text{gr.Quad}} - 2V_{\text{Pris}} - V_{\text{Zyl}} = (20 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} \cdot (20 \text{ cm} + 6 \text{ cm})) - 2\left((\frac{1}{2}6 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm}) \cdot 20 \text{ cm}\right) - (\pi(10 \text{ cm} : 2)^2 \cdot 20 \text{ cm}) \approx 11200 \text{ cm}^3 - 960 \text{ cm}^3 - 1570.80 \text{ cm}^3 \approx 8669.2 \text{ cm}^3$. $\boxed{1\text{P}}$ für zwei der drei Hilfsvolumina, $\boxed{1\text{P}}$ für korrekte Berechnung des Gesamtvolumens.
Variante 2: $V = V_{\text{Würfel}} + V_{\text{Trap.P}} - V_{\text{Zyl}} = (20 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm}) + \left(\frac{1}{2}(20 \text{ cm} + 8 \text{ cm}) \cdot 8 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm}\right) - (\pi(10 \text{ cm} : 2)^2 \cdot 20 \text{ cm}) \approx 8000 \text{ cm}^3 + 2240 \text{ cm}^3 - 1570.80 \text{ cm}^3 \approx 8669.2 \text{ cm}^3$. $\boxed{1\text{P}}$ für zwei der drei Hilfsvolumina, $\boxed{1\text{P}}$ für korrekte Berechnung des Gesamtvolumens.

9. (a) Variante 1: Tabelle („1g“ steht für 1. Socke grün, „2b“ für 2. Socke blau); auch eine teilweise, nur aufs Nötigste ausgefüllte Tabelle kann volle Punkte geben.

	1r	1b	1g
2r	$\frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \approx 13.33\%$	$\frac{3}{10} \cdot \frac{4}{9} \approx 13.33\%$	$\frac{3}{10} \cdot \frac{4}{9} \approx 13.33\%$
2b	$\frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \approx 13.33\%$	$\frac{3}{10} \cdot \frac{3}{9} \approx 6.67\%$	$\frac{3}{10} \cdot \frac{3}{9} = 10\%$
2g	$\frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \approx 13.33\%$	$\frac{3}{10} \cdot \frac{3}{9} = 10\%$	$\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \approx 6.67\%$

Variante 2: Baum; auch ein teilweise, nur aufs Nötigste skizzierter und beschrifteter Baum kann volle Punkte geben.



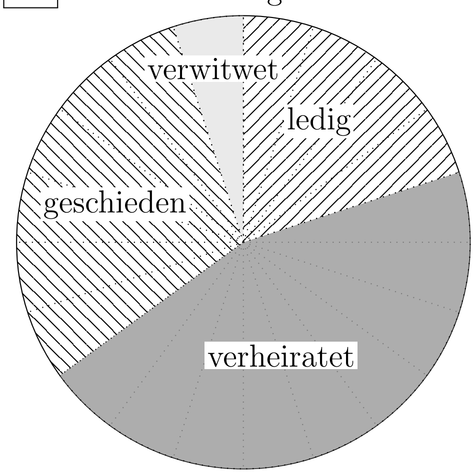
Jede Variante: $\boxed{\text{1P}}$. Wahrscheinlichkeit $\boxed{\text{1P}}$: $P = \frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{2}{15} = \frac{4}{15} \approx 6.67\% + 6.67\% + 13.33\% = 26.67\%$.

(b) $\boxed{\text{1P}}$ Anzahl Durchführungen ist x: $x \cdot P \approx 80 \Leftrightarrow x \approx 80 \div P = 80 \div \frac{4}{15} = 300$. Robert muss etwa 300 Versuche durchführen.
Ergebnis mit falschem Wert $P = 0.36$: $x \approx 222$. Also etwa 222 Versuche.

10. (a) $\boxed{\text{1P}}$ für korrekt ausgefüllte Tabelle.

Häufigkeit	absolut	relativ
ledig	24	20%
verheiratet	54	45%
geschieden	36	30%
verwitwet	6	5%

(b) $\boxed{\text{1P}}$ für korrekt ausgefülltes und beschriftetes Kreisdiagramm. (Folgefehler ohne Abzug)



11. (a) $A = \frac{10\cdot(10+1)\cdot(2\cdot10+1)}{6} = 385$. $\boxed{\text{1P}}$

(b) Ab Höhe $n = 10$ ergibt sich für die benötigte Anzahl Legosteine: $A_{10} = 385, A_{11} = 506, A_{12} = 650, A_{13} = 819, A_{14} = 1015$.
Mit 1000 Steinen könnte sie eine Pyramide maximaler Höhe 13 bauen $\boxed{\text{1P}}$.

(c) $A' = \frac{12\cdot(12+1)\cdot(2\cdot12+1)}{6} - \frac{6\cdot(6+1)\cdot(2\cdot6+1)}{6} = 650 - 91 = 559$.
$\boxed{\text{1P}}$ für Ansatz mit Differenz der Werte für 12 und 6, $\boxed{\text{1P}}$ für korrekte Berechnung.