



Kanton Zürich



Zentrale Aufnahmeprüfung 2023 ZAP2

Mathematik Lösungen

Punkteverteilung:

Nr.:	1a	1b	1c	1d	1e	1f	1g	1h	1i	1j
Alg:	1	1	1	1	1	1	1	1		
Gm:									1	1
P _{max} :	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Nr.:	2a	2b	3a	3b	4	5a	5b	6a	6b	7a	7b	7c	8a	8b	9a	9b	10a	10b	Total
Alg:	2	2	2	2	3	1	2	2	2	1	1	2	2	2					34
Gm:															3	2	1	2	10
P _{max} :	2	2	2	2	3	1	2	2	2	1	1	2	2	2	3	2	1	2	44

Insgesamt: 44 Punkte

Aufgabe 1**Teilresultate s. unten****10 P.**

a $2y \cdot (xy + 3y^2) = 2xy^2 + 6y^3$ **1 P.**

b $(6a \cdot 8b - 8b \cdot 2a) : 2 = 32ab : 2 = 16ab$ **1 P.**

c $ggT(54, 252) = 18$ **1 P.**

d $0.0215 \text{ Mrd.} = 0.0215 \cdot 10^9 = 21'500'000 = 2.15 \cdot 10^7$ **1 P.**

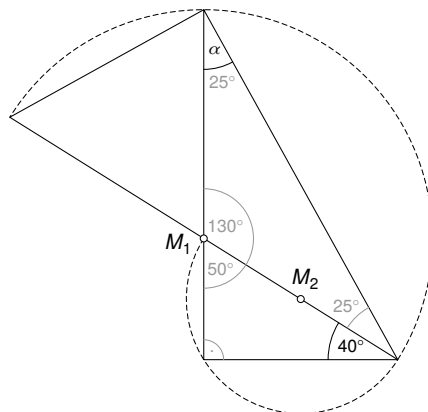
e $15a^2b + 35ab^2 = 5ab(3a + 7b)$ **1 P.**

f $h = \frac{2 \cdot A}{g} = 2 \cdot A : g$ **1 P.**

g $x + \frac{x}{4} = \frac{5x}{4} = 1.25x$ **1 P.**

h $12.4 \text{ l} = 12.4 \text{ dm}^3 = 12'400 \text{ cm}^3 = 12'400'000 \text{ mm}^3$ **1 P.**

i **1 P.**



$$\alpha = 25^\circ$$

j $h = \sqrt{45^2 - 6^2 - 15^2} = \sqrt{1764} = 42 \text{ cm}$ **1 P.**

Aufgabe 2a

$x = -3$

2 P.*Lösungsweg:*

$$6 - (14 - 4x) = 2x - 7(2x + 8)$$

$$6 - 14 + 4x = 2x - 14x - 56$$

$$4x - 8 = -12x - 56$$

$$16x = -48$$

$$x = -3$$

Aufgabe 2b

$x = -20$

2 P.*Lösungsweg:*

$$\frac{4x}{5} - \frac{7 + 2x}{3} = \frac{x}{4} \quad | \cdot 60$$

$$48x - 140 - 40x = 15x$$

$$8x - 140 = 15x$$

$$-7x = 140$$

$$x = -20$$

Aufgabe 3a

$$\frac{xz}{3} = 0.\bar{3}xz$$

2 P.*Lösungsweg:*

$$\frac{xz}{2} - \frac{4x^2y}{9z} : \frac{8xy}{3z^2} = \frac{xz}{2} - \frac{4x^2y}{9z} \cdot \frac{3z^2}{8xy} = \frac{xz}{2} - \frac{x}{3} \cdot \frac{z}{2} = \frac{xz}{2} - \frac{xz}{6} = \frac{3xz}{6} - \frac{xz}{6} = \frac{2xz}{6} = \frac{xz}{3}$$

oder

$$\begin{aligned} \frac{xz}{2} - \frac{4x^2y}{9z} : \frac{8xy}{3z^2} &= \frac{xz}{2} - \frac{4x^2y}{9z} \cdot \frac{3z^2}{8xy} = \frac{xz}{2} - \frac{12x^2yz^2}{72xyz} = \frac{36x^2yz^2}{72xyz} - \frac{12x^2yz^2}{72xyz} \\ &= \frac{24x^2yz^2}{72xyz} = \frac{xz}{3} \end{aligned}$$

Aufgabe 3b

$$\frac{8}{x}$$

2 P.*Lösungsweg:*

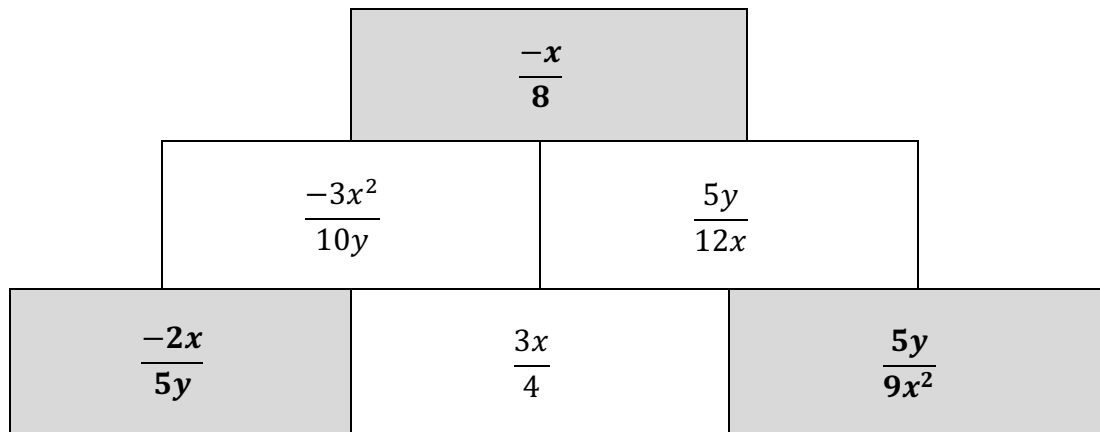
$$\frac{\sqrt{17x^2 - x^2}}{\sqrt{8x}} \cdot \frac{\sqrt{32x}}{x^2} = \frac{\sqrt{16x^2}}{x^2} \cdot \sqrt{\frac{32x}{8x}} = \frac{4x}{x^2} \cdot \sqrt{4} = \frac{4}{x} \cdot 2 = \frac{8}{x}$$

oder

$$\frac{\sqrt{17x^2 - x^2}}{\sqrt{8x}} \cdot \frac{\sqrt{32x}}{x^2} = \frac{\sqrt{16x^2}}{\sqrt{8x}} \cdot \frac{\sqrt{32x}}{\sqrt{x^4}} = \sqrt{\frac{512x^3}{8x^5}} = \sqrt{\frac{64}{x^2}} = \frac{8}{x}$$

Aufgabe 4

$$\frac{-x}{8}; \quad \frac{-2x}{5y}; \quad \frac{5y}{9x^2}$$

3 P.*Lösung:*

Aufgabe 5a

$$4 \cdot (x - 3) + 1 = 11x + 8$$

1 P.*Mögliche Lösung:* x : ursprüngliche Zahl

$$4 \cdot (x - 3) + 1 = 11x + 8$$

Aufgabe 5b

$$\frac{5}{9}(x + 200 - 60) = x + 60$$

2 P.*Mögliche Lösung:* x : Nereas Geld in CHF vor der Schenkung

$$\frac{5}{9}(x + 200 - 60) = x + 60$$

Aufgabe 6a**CHF 20'000****2 P.***Lösung:*

Bank	Konto	Geldbetrag in CHF
B	Sparkonto	$30\% \triangleq 9000$
B	Privatkonto	$70\% \triangleq 21'000$
B	Total	$100\% \triangleq 30'000$
A	Total	$60\% \triangleq 30'000$ $40\% \triangleq 20'000$

oder

 x : Vermögen in CHF auf der Bank A

$$\frac{x}{0.4} \cdot 0.6 \cdot 0.3 = 9000$$

$$0.45x = 9000$$

$$x = 20'000$$

Aufgabe 6b**CHF 15'540****2 P.***Lösung:*

Bank	Geldbetrag in CHF
Bank A	$78\% \triangleq 40'404$
Bank B	$22\% \triangleq 11'396$
Total	$100\% \triangleq 51'800$
Bank B neu	$52\% \triangleq 26'936$
Betrag, der auf die Bank B überwiesen werden muss	$26'936 - 11'396 = 15'540$

oder

x: Neues Vermögen in CHF auf der Bank B

$$\frac{x}{0.52} \cdot 0.78 = 40'404$$

$$1.5x = 40'404$$

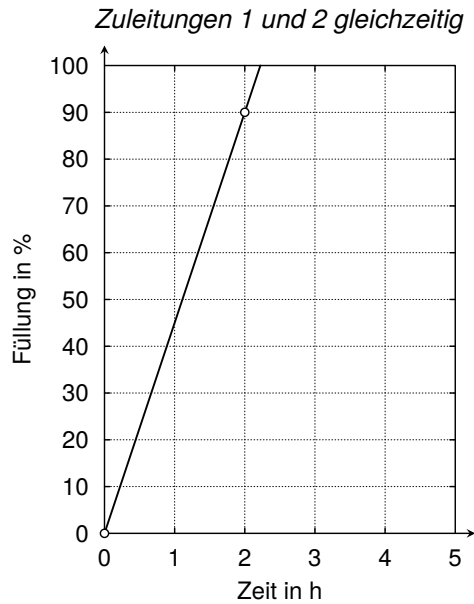
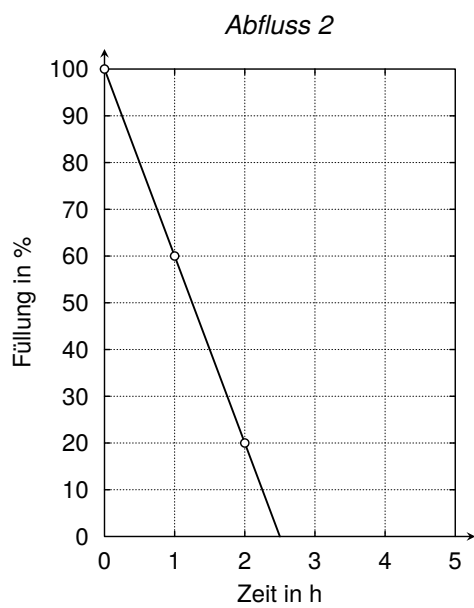
$$x = 26'936$$

Anfangsvermögen in CHF auf der Bank B:

$$22\% \triangleq 11'396$$

Betrag, der auf die Bank B überwiesen werden muss:

$$26'936 - 11'396 = 15'540$$

Aufgabe 7a**s. Graphik unten****1 P.***Lösung:***Aufgabe 7b****s. Graphik unten****1 P.***Lösung:*

Aufgabe 7c**18:00 Uhr****2 P.**

Lösung:

Nach 2 h, d. h. um 14:00 Uhr: 40% des Beckens sind noch gefüllt

Alle Leitung offen: $20\% + 25\% - 30\% = 15\%$

d. h. pro Stunde werden 15% des Beckens gefüllt

Restfüllung: noch 60% des Beckens müssen gefüllt werden

$60\% : 15\% [\text{pro h}] = 4 [\text{h}]$

Aufgabe 8a

$$\frac{1}{3} = 33.\bar{3}\% \approx 0.33$$

2 P.*Lösung:*

		Glücksrad A			
		1	2	3	3
Glücksrad B	1			X	X
	2		X		
	3	X			

$$P(\text{Summe} = 4) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} = 33.\bar{3}\% \approx 0.33$$

oder

$$P(\text{Augensumme} = 4) = p(31) + p(22) + p(13)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3} = 33.\bar{3}\%$$

Aufgabe 8b**1091-mal****2 P.***Lösung:**Lösungsweg 1 (mit einer Verhältnisgleichung):*

		Glücksrad A			
		1	2	3	3
Glücksrad B	1				
	2			X	X
	3		X	X	X

$$P(\text{Summe} > 4) = \frac{5}{12} = 41.\bar{6}\%$$

oder

$$P(\text{Summe} > 4) = p(32) + p(23) + p(33)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12} = 41.\bar{6}\%$$

$$\frac{5}{12} \triangleq 451 \text{ Drehungen}$$

$$\frac{12}{12} \approx 1082 \text{ Drehungen}$$

→ Die Glücksräder wurden am ehesten 1091-mal gedreht.

oder

Lösungsweg 2 (mit einer Gleichung):

$$\frac{5}{12}x = 451$$

$$x = 1082.4$$

→ Die Glücksräder wurden am ehesten 1091-mal gedreht.

Lösungsweg 3 (Rückwärtsrechnen oder Probieren):

$$P(\text{Summe} > 4) = \frac{5}{12} = 41.\bar{6}\%$$

Anzahl Drehungen	Anzahl «Summe > 4»
812	$\frac{5}{12} \cdot 812 \approx 338.3$
1091	$\frac{5}{12} \cdot 1091 \approx 454.6$
1540	$\frac{5}{12} \cdot 1540 \approx 641.7$
1834	$\frac{5}{12} \cdot 1834 \approx 764.2$
2023	$\frac{5}{12} \cdot 2023 \approx 842.9$

➔ Die Glücksräder wurden am ehesten 1091-mal gedreht.

oder

Lösungsweg 4 (Bestimmung der relativen Häufigkeiten und Vergleich mit $\frac{5}{12}$)

$$\frac{451}{812} \approx 0.555 \quad \frac{451}{1091} \approx 0.413 \approx \frac{5}{12} \quad \frac{451}{1540} \approx 0.293 \quad \frac{451}{1834} \approx 0.295 \quad \frac{451}{2023} \approx 0.223$$

➔ Die Glücksräder wurden am ehesten 1091-mal gedreht.

Aufgabe 9a**s. Teilaufgaben a1, a2****3 P.****Teilaufgabe a1**

$$\sqrt{125} \text{ cm} \approx 11.18 \text{ cm}$$

1 P.*Lösung:*

$$\overline{AB} = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125} \approx 11.18 \text{ cm}$$

Teilaufgabe a2

$$4.92 \text{ cm}$$

2 P.*Lösung:*

$$\overline{CD} = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} \approx 6.71$$

$$m = \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} = \frac{\sqrt{125} + \sqrt{45}}{2} \approx 8.94$$

$$h = \frac{A_{\text{Trapez}}}{m} = \frac{44}{8.94} \approx 4.92 \text{ cm}$$

Aufgabe 9b

$$B'(-9|-3)$$

2 P.*Lösung:*

$$P(3|1)$$

$$B'(-9|-3)$$

Aufgabe 10a

$\sqrt{29} \text{ cm} \approx 5.39 \text{ cm}$

1 P.*Lösung:*

$$\overline{BC} = \sqrt{4^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{29} \approx 5.39 \text{ cm}$$

Aufgabe 10b

10 cm^2

2 P.*Lösung:*

$$h = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm}$$

oder

$$h = \sqrt{29 - 2^2} = 5 \text{ cm}$$

$$A_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot h$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5$$

$$= 10 \text{ cm}^2$$

