Kanton Zürich

Zentrale Aufnahmeprüfung 2023 für die Kurzgymnasien und die Handelsmittelschulen

Mathematik

Name: ..... Vorname: .....

Prüfungsnummer: ..... Kantonsschule: .....

Allgemeine Hinweise:

- Du hast 90 Minuten Zeit.
- Löse alle Aufgaben in dieses Heft. Wenn du zu wenig Platz hast, kannst du die leeren Seiten benutzen. Du darfst kein zusätzliches Notizpapier verwenden.
- Du darfst die Aufgaben in beliebiger Reihenfolge lösen.
- Deine Lösungswege müssen klar ersichtlich sein. Sämtliche Zwischenresultate und Überlegungsfiguren gehören in dieses Heft.
- Geometrische Konstruktionen müssen nachvollziehbar sein.
- Hebe deine Schlussresultate deutlich hervor.
- Streiche durch, was nicht bewertet werden soll.
- Gibst du in einer Aufgabe verschiedene, darunter auch falsche Lösungen und/oder Lösungswege an, kannst du nicht die volle Punktzahl erzielen.
- Du darfst nur einen der folgenden Taschenrechner benutzen:
  TI-30 ECO RS, TI-30X IIS, CASIO FX-82 Solar II oder SHARP EL-501 T.
- **Du darfst erst umblättern und mit dem Lösen der Aufgaben beginnen, wenn die Lehrerin oder der Lehrer das Signal dazu gibt.**

Punkteverteilung (bitte nicht ausfüllen):

Aufgabe Nummer	1a	1b	1c	1d	1e	1f	1g	1h	1i	1j
Maximale Punktzahl	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Erreichte Punktzahl										

Aufgabe Nummer	2a	2b	3a	3b	4	5a	5b	6a	6b	7a	7b	7c	8a	8b	9a	9b	10a	10b	**Total**	**Note**
Maximale Punktzahl	2	2	2	2	3	1	2	2	2	1	1	2	2	2	3	2	1	2	**44**	
Erreichte Punktzahl																				

1 **a)** Multipliziere aus und vereinfache so weit wie möglich.

$2y \cdot (xy + 3y^2)$

b) Vereinfache den Term so weit wie möglich.

$(6a \cdot 8b - 8b \cdot 2a) : 2$

c) Berechne den grössten gemeinsamen Teiler (ggT) von 54 und 252.

d) Schreibe die Zahl mit Hilfe einer Zehnerpotenz, sodass vor dem Dezimalpunkt nur eine Ziffer $\neq 0$ steht.

Beispiel: $7.8 \cdot 10^5$ (aber *nicht* $0.78 \cdot 10^6$)

0.0215 Milliarden $=$ _____

e) Klammere so viel wie möglich aus.

$15a^2b + 35ab^2$

f) Löse den Term nach h auf.

$$A = \frac{g \cdot h}{2}$$

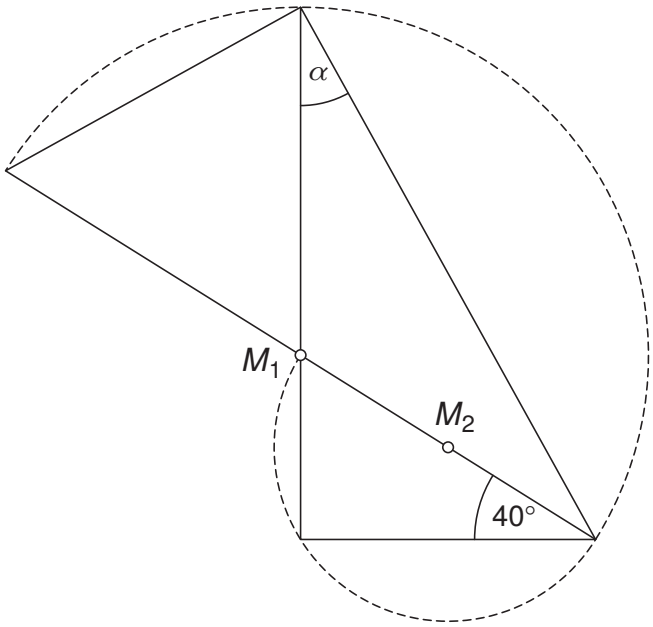
g) Ein Liter Benzin kostet x Franken. Der Preis wird um ein Viertel des erhöht. Gib einen Term für den neuen Preis an und vereinfache ihn so weit wie möglich.

h) Wandle in mm^3 um.

12.4 Liter

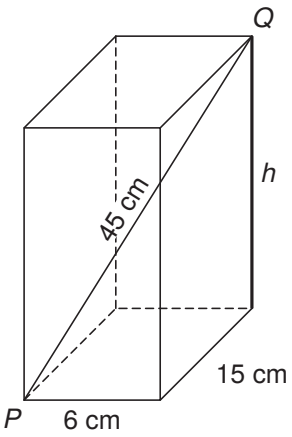
i) M_1 und M_2 sind die Mittelpunkte der beiden gestrichelt eingezeichneten Halbkreise. Die Abbildung ist nicht massstabsgetreu.

Berechne den Winkel α.



j) Ein Quader hat wie abgebildet die Kantenlängen 6 cm und 15 cm. Die Länge der Raumdiagonalen *PQ* beträgt 45 cm.

Berechne die Länge der Kante *h*.



2 Löse die Gleichungen nach x auf.

a) $6 - (14 - 4x) = 2x - 7(2x + 8)$

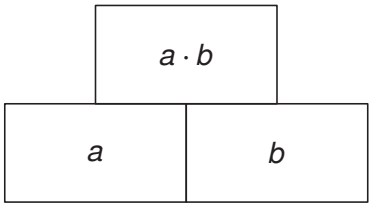
b) $\frac{4x}{5} - \frac{7 + 2x}{3} = \frac{x}{4}$

3 Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

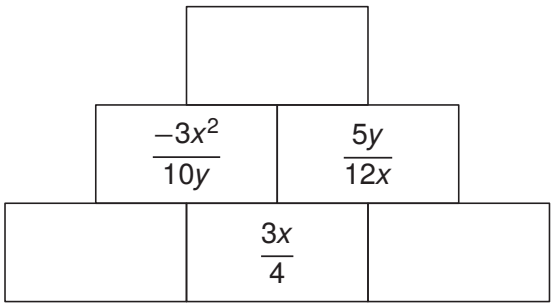
a) $\frac{xz}{2} - \frac{4x^2y}{9z} : \frac{8xy}{3z^2}$

b) $\frac{\sqrt{17x^2 - x^2}}{\sqrt{8x}} \cdot \frac{\sqrt{32x}}{x^2}$

4 In den folgenden Rechenmauern steht in einem Kästchen immer das *Produkt* der beiden darunterliegenden Kästchen (siehe Beispiel).



Vervollständige die Rechenmauer. Die Resultate müssen *vollständig vereinfacht* sein.



5 Im Folgenden werden zwei verschiedene Situationen beschrieben. Stelle jeweils eine Gleichung mit der Unbekannten x auf, welche die Situation des Textes beschreibt. Ausser x darf keine weitere Unbekannte in der Gleichung vorkommen.

Die Gleichungen sollen *nicht* gelöst und auch *nicht* vereinfacht werden!

a) Wird eine um 3 verkleinerte Zahl vervierfacht, erhält man 1 weniger, als wenn man das 11-fache der ursprünglichen Zahl um 8 vergrössert. Gesucht ist die ursprüngliche Zahl.

x: ursprüngliche Zahl

Die Gleichung lautet:

Notizen:

b) Simon besitzt 200 Franken mehr als Nerea. Simon schenkt Nerea 60 Franken. Nun hat Nerea $\frac{5}{9}$ so viele Franken wie Simon. Gesucht ist, wie viele Franken Nerea vor der Schenkung hatte.

x: Nereas Geldbetrag in Franken vor der Schenkung

Die Gleichung lautet:

Notizen:

6 **a)** Cristina hat 40 % ihres Vermögens bei der Bank A und den Rest ihres Vermögens bei der Bank B angelegt.

70 % des Geldes bei der Bank B liegen auf einem Privatkonto und die restlichen CHF 9000 auf einem Sparkonto.

Berechne, wie viel Vermögen Cristina bei der Bank A angelegt hat.

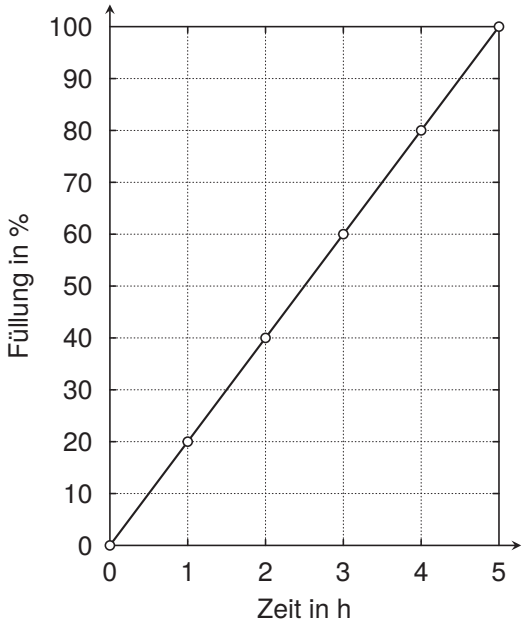
b) Timur hat 78 % seines Vermögens, nämlich CHF 40 404, bei der Bank A angelegt. Den Rest seines Vermögens hat er bei der Bank B angelegt.

Timur möchte so viel Geld von der Bank A zur Bank B verschieben, dass anschliessend 52 % seines Vermögens bei der Bank B angelegt sind.

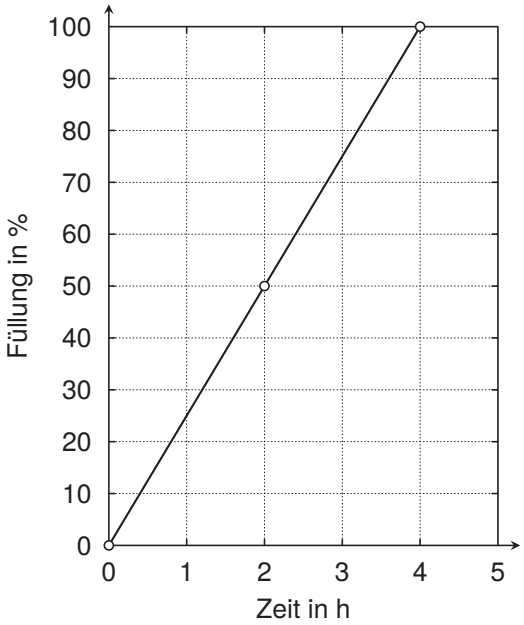
Berechne, wie viel Geld Timur dazu von der Bank A zur Bank B verschieben muss.

7 Ein Becken hat zwei Zuleitungen und zwei Abflüsse. Die beiden unten abgebildeten Graphen zeigen, wie sich das leere Becken füllt, wenn jeweils nur eine der beiden Zuleitungen geöffnet ist und die Abflüsse geschlossen sind. Gitterpunkte, die auf einem Graphen liegen, sind mit kleinen Kreisen markiert.

Zuleitung 1



Zuleitung 2

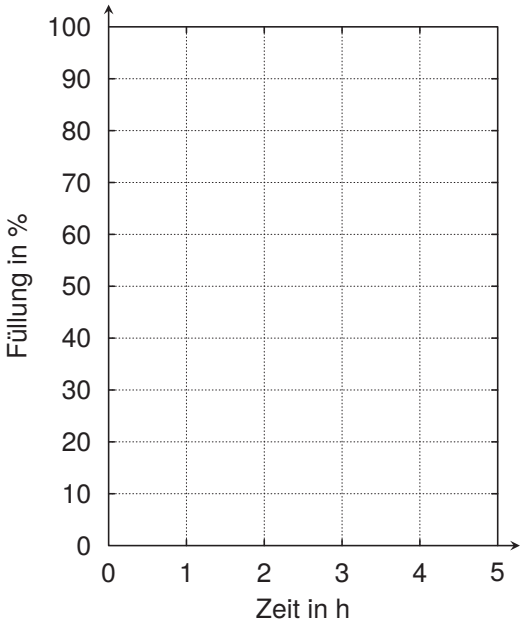


a) Das leere Becken wird durch beide Zuleitungen gleichzeitig gefüllt, während beide Abflüsse geschlossen bleiben.

Zeichne den entsprechenden Graphen im folgenden Diagramm ein.

Markiere Gitterpunkte, die auf dem Graphen liegen, mit einem kleinen Kreis.

Zuleitung 1 und 2 gleichzeitig

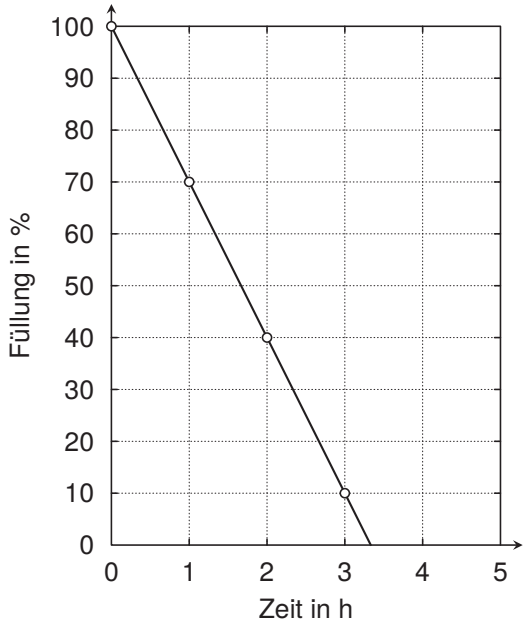


b) Beide Zuleitungen sind geschlossen.

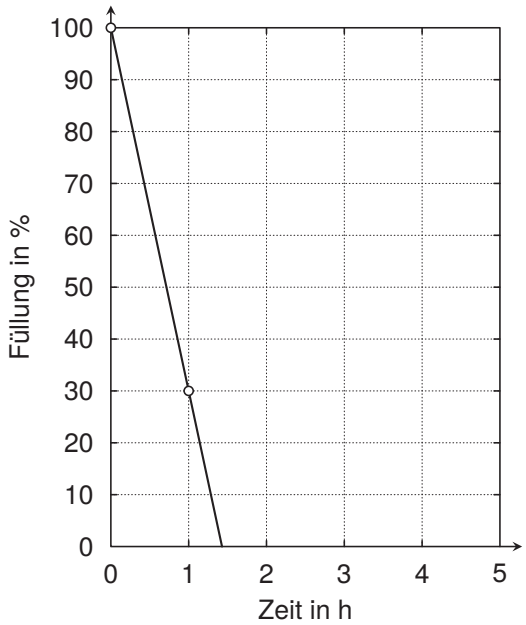
Der unten links abgebildete Graph zeigt, wie sich das volle Becken entleert, wenn nur Abfluss 1 geöffnet ist.

Der unten rechts abgebildete Graph zeigt, wie sich das volle Becken entleert, wenn beide Abflüsse gleichzeitig geöffnet sind.

Abfluss 1



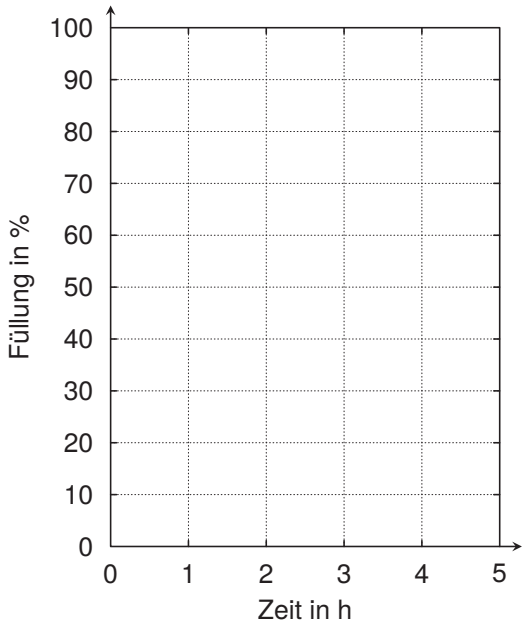
Abflüsse 1 und 2 gleichzeitig



Zeichne im folgenden Diagramm den Graphen ein, der zeigt, wie sich das volle Becken entleert, wenn nur Abfluss 2 geöffnet ist.

Markiere Gitterpunkte, die auf dem Graphen liegen, mit einem kleinen Kreis.

Abfluss 2



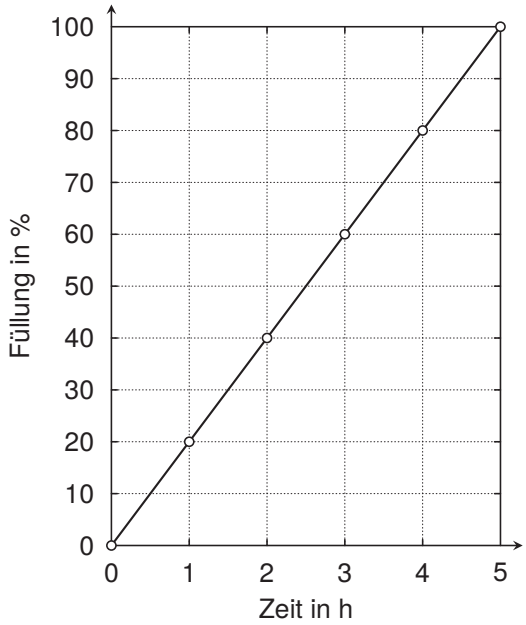
c) Das Becken ist voll. Alle Zuleitungen und Abflüsse sind geschlossen.

Um 12:00 Uhr wird Abfluss 1 geöffnet.

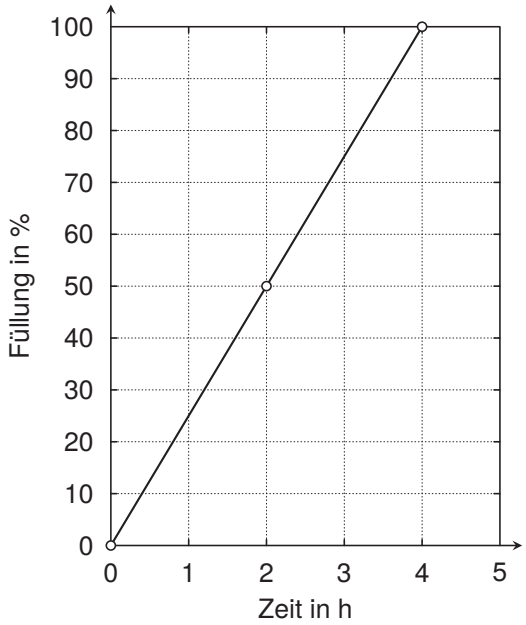
Um 14:00 Uhr werden beide Zuleitungen geöffnet. Abfluss 1 bleibt weiterhin offen.

Berechne, um welche Uhrzeit das Becken wieder voll ist.

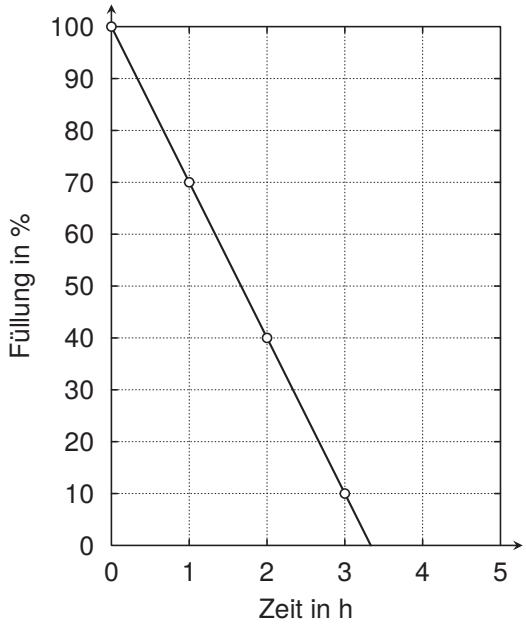
Zuleitung 1



Zuleitung 2



Abfluss 1



Antwort: Das Becken ist um _____ Uhr wieder voll.

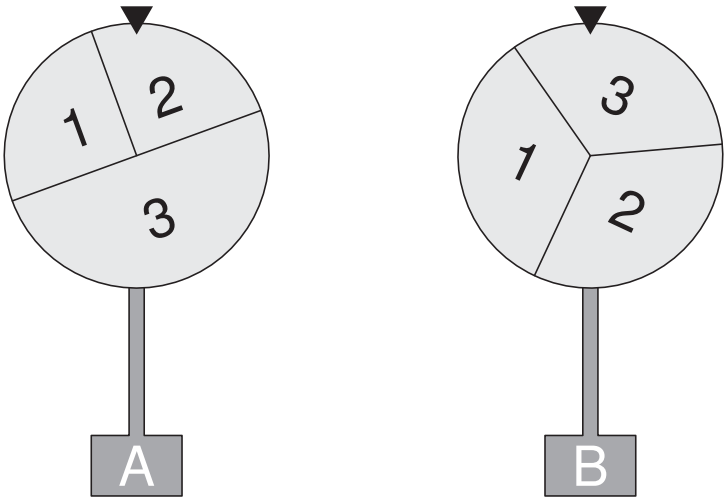
8 Die Glücksräder A und B sind mit den Zahlen 1 bis 3 beschriftet, wie in der Abbildung dargestellt.

Bei Glücksrad A sind die Felder 1 und 2 je halb so gross wie Feld 3.

Bei Glücksrad B sind alle drei Felder gleich gross.

Beide Glücksräder werden gleichzeitig einmal gedreht und anschliessend werden die erhaltenen Zahlen addiert.

Die Abbildung zeigt eine Situation mit der Summe 5.



a) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe 4 beträgt.

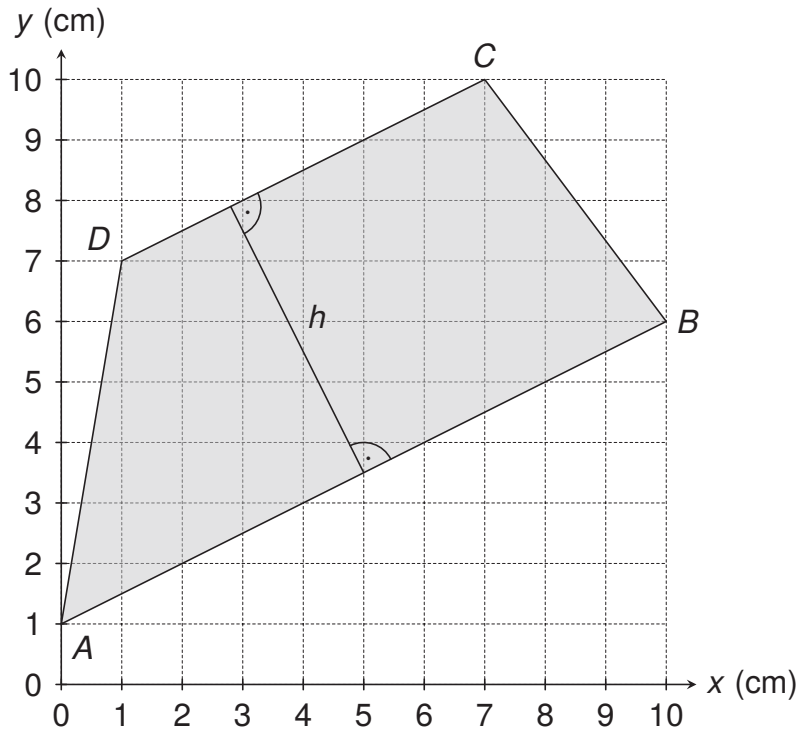
b) In einer Spielrunde werden die beiden Glücksräder gleichzeitig gedreht und es werden beide erhaltenen Zahlen addiert.

Es werden sehr viele Spielrunden durchgeführt. Dabei wird 451-mal die Summe 5 oder 6 gezählt.

Wurden eher 812, 1091, 1540, 1834 oder 2023 Spielrunden durchgeführt? Entscheide mit Hilfe einer Rechnung.

9 In der ganzen Aufgabe dürfen keine Lösungen auf Messungen beruhen.

a) Das Trapez *ABCD* liegt wie abgebildet im Koordinatensystem. Die Koordinaten der Ecken *A*, *B*, *C* und *D* sind ganzzahlig.

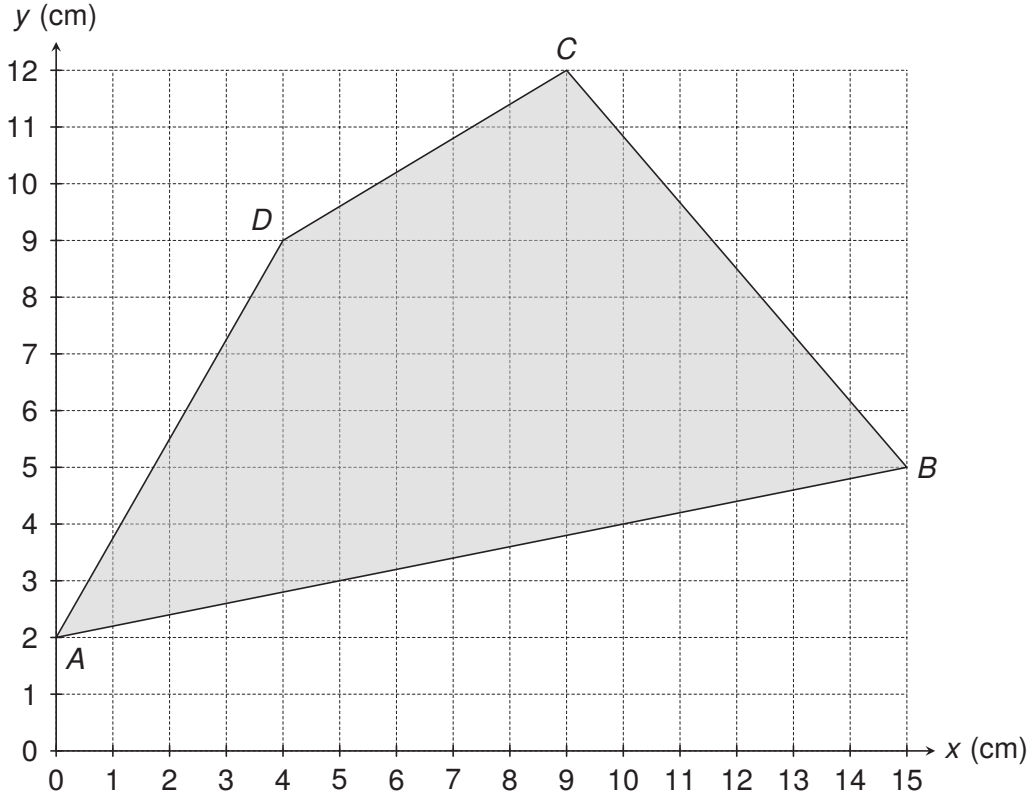


a1) Berechne die Länge der Seite *AB*.

a2) Der Flächeninhalt des Trapezes *ABCD* beträgt 44 cm^2.

Berechne die Länge der Höhe *h*.

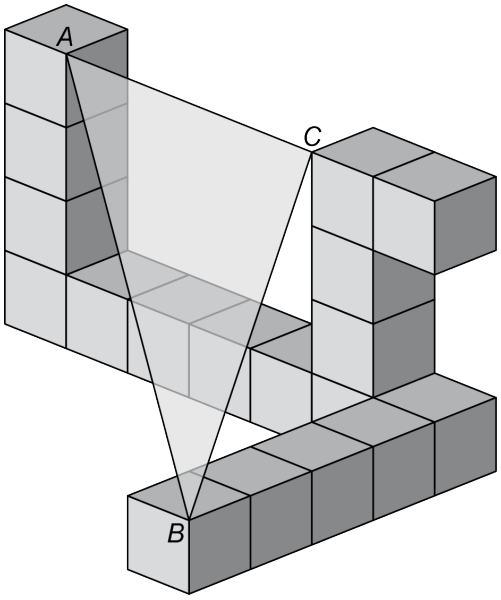
b) Das Viereck *ABCD* liegt wie abgebildet im Koordinatensystem. Die Koordinaten der Ecken *A*, *B*, *C* und *D* sind ganzzahlig.



Das Viereck *ABCD* wird an einem Punkt *P* gespiegelt; man erhält das Viereck $A'B'C'D'$. Der Punkt D' hat die Koordinaten $(2\,|\,-7)$.

Bestimme die Koordinaten des Punktes B'.

10 Der abgebildete Körper ist aus Würfeln zusammengesetzt. Die Kantenlänge eines Würfels beträgt 1 cm.



a) Berechne die Länge der Strecke *BC*.

b) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks *ABC*.