

Zentrale Aufnahmeprüfung 2022 für die Kurzgymnasien des Kantons Zürich

Mathematik

Lösungen

Punkteverteilung:

Nr.:	1a	1b	2a	2b	3a	3b	4a	4b	4c	5a	5b	6	7a	7b	8a	8b	9a	9b	10	11a	11b	Total
Alg:	2	2	2	2	1	2	1	1	1	2	2	2	2	2						2	1	27
Gm:															1	2	2	2	2			9
P _{max} :	2	2	2	2	1	2	1	1	1	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	1	36

Insgesamt: 36 Punkte

Aufgabe 1a

$x = -9$

2 P.*Lösungsweg:*

$$19 - (2x - 4) = 8 - 3(2x + 7)$$

$$19 - 2x + 4 = 8 - 6x - 21$$

$$23 - 2x = -13 - 6x$$

$$4x = -36$$

$$x = -9$$

Aufgabe 1b

$x = \frac{5}{8} = 0.625$

2 P.*Lösungsweg:*

$$\frac{8x}{5} - \frac{12x - 3}{4} = 3x - 2 \quad | \cdot 20$$

$$32x - 60x + 15 = 60x - 40$$

$$15 - 28x = 60x - 40$$

$$88x = 55$$

$$x = \frac{5}{8} = 0.625$$

Aufgabe 2a

$$\frac{2x^2}{15} = 0.1\bar{3}x^2$$

2 P.*Lösungsweg:*

$$\frac{36x}{25y} : \frac{16x^2}{5y} \cdot \frac{8x^3}{27} = \frac{36x}{25y} \cdot \frac{5y}{16x^2} \cdot \frac{8x^3}{27} = \frac{x}{5} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{2x}{3} = \frac{2x^2}{15}$$

oder

$$\frac{36x}{25y} : \frac{16x^2}{5y} \cdot \frac{8x^3}{27} = \frac{36x}{25y} \cdot \frac{5y}{16x^2} \cdot \frac{8x^3}{27} = \frac{9}{5} \cdot \frac{1}{4x} \cdot \frac{8x^3}{27} = \frac{9}{20x} \cdot \frac{8x^3}{27} = \frac{1}{5} \cdot \frac{2x^2}{3} = \frac{2x^2}{15}$$

oder

$$\frac{36x}{25y} : \frac{16x^2}{5y} \cdot \frac{8x^3}{27} = \frac{36x}{25y} \cdot \frac{5y}{16x^2} \cdot \frac{8x^3}{27} = \frac{1440x^4y}{10800x^2y} = \frac{2x^2}{15}$$

Aufgabe 2b

$$\frac{8}{3x}$$

2 P.*Lösungsweg:*

$$\frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{8x^2 + x^2}} \cdot \frac{\sqrt{(13x)^2 - (5x)^2}}{\sqrt{2x} \cdot \sqrt{18x}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9x^2}} \cdot \frac{\sqrt{144x^2}}{\sqrt{36x^2}} = \frac{4}{3x} \cdot \frac{12x}{6x} = \frac{8}{3x}$$

oder

$$\frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{8x^2 + x^2}} \cdot \frac{\sqrt{(13x)^2 - (5x)^2}}{\sqrt{2x} \cdot \sqrt{18x}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9x^2}} \cdot \frac{\sqrt{144x^2}}{\sqrt{36x^2}} = \sqrt{\frac{2304x^2}{324x^4}} = \sqrt{\frac{64}{9x^2}} = \frac{8}{3x}$$

Aufgabe 3a

$$10a - 6b = 2(5a - 3b)$$

1 P.*Lösung:*

$$(5a + 3b) - (-5a + 9b) = 5a + 3b + 5a - 9b = 10a - 6b$$

oder

$$(5a + 3b) - T = (-5a + 9b)$$

$$T = (5a + 3b) - (-5a + 9b)$$

$$T = 5a + 3b + 5a - 9b$$

$$T = 10a - 6b = 2(5a - 3b)$$

Aufgabe 3b

$$\frac{1}{4a}$$

2 P.*Lösung:*

$$\frac{3}{10c} \cdot \frac{5c}{6a} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2a} = \frac{1}{4a}$$

oder

$$T: \frac{5c}{6a} = \frac{3}{10c}$$

$$T = \frac{3}{10c} \cdot \frac{5c}{6a}$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2a}$$

$$T = \frac{1}{4a}$$

Aufgabe 4a

$$2x + 4(25 - x) = 68$$

1 P.

Mögliche Lösung: x : Anzahl Tische für zwei Personen

$$2x + 4(25 - x) = 68$$

Aufgabe 4b

$$2(x - 8000) = \frac{2x}{3} + 8000$$

1 P.

Mögliche Lösung: x : Simons Anzahl Punkte zu Beginn

$$2(x - 8000) = \frac{2x}{3} + 8000$$

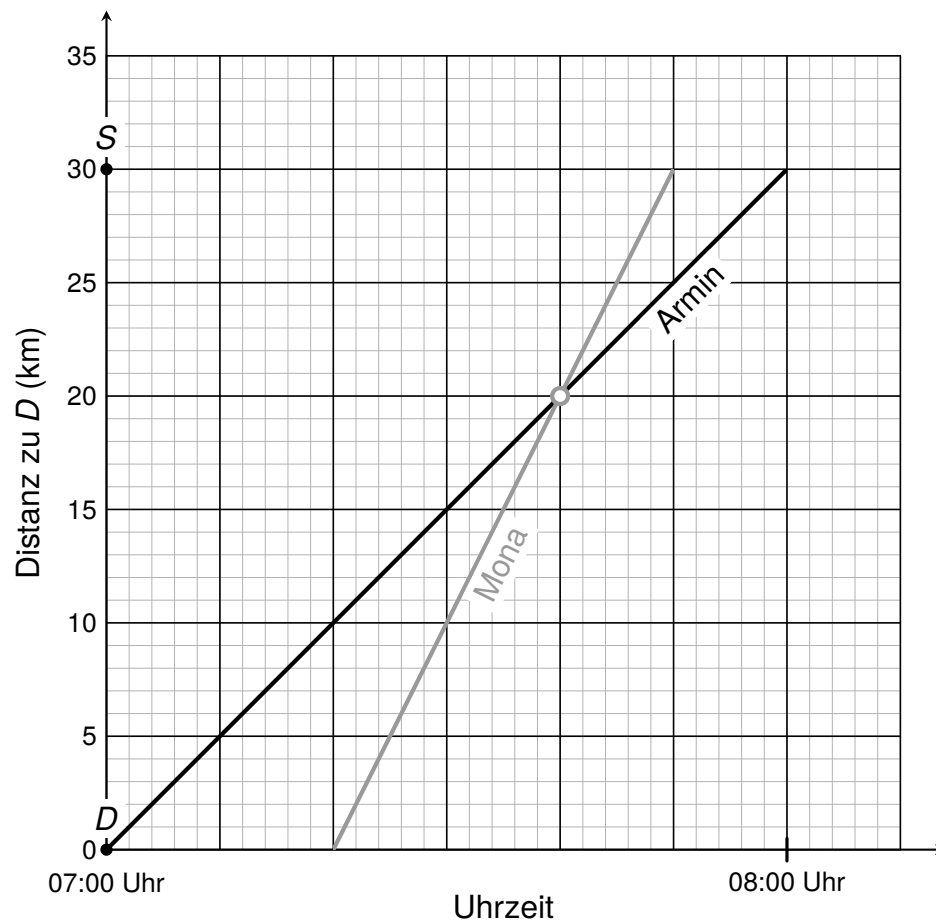
Aufgabe 4c

$$5x + 4 = 8(x - 4)$$

1 P.

Mögliche Lösung: x : heutiges Alter von Elia

$$5x + 4 = 8(x - 4)$$

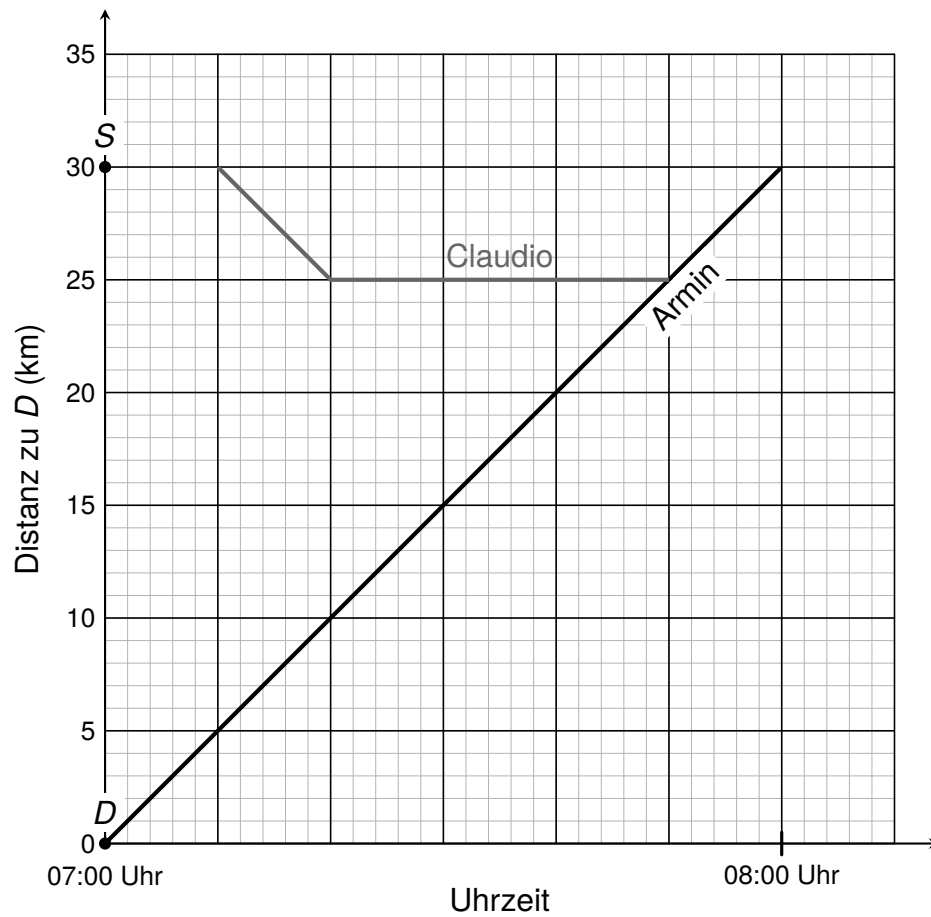
Aufgabe 5a**a1 Graph s. Abbildung****2 P.****a2 20 km***Lösung:***a1****a2** zurückgelegte Strecke: 20 km

Aufgabe 5b

Graph s. Abbildung

2 P.

Lösung:



Aufgabe 6**36****2 P.***Lösung:*

$$\frac{1}{3} \triangleq 32 \quad \text{Anteil der Männer, die nur in der Firma arbeiten.}$$

$$\frac{3}{3} \triangleq 96 \quad \text{Anzahl männliche Angestellte in der Firma.}$$

$$40\% \triangleq 96$$

$$100\% \triangleq 240 \quad \text{Anzahl Angestellte insgesamt in der Firma.}$$

$$60\% \triangleq 144 \quad \text{Anzahl weibliche Angestellte in der Firma.}$$

$$25\% \text{ von } 144 \triangleq 36 \quad \text{Anzahl Frauen, die nur in der Firma arbeiten.}$$

oder

x: Gesamtanzahl Angestellte in der Firma

$$0.4 \cdot \frac{1}{3} \cdot x = 32$$

$$\frac{2}{15} x = 32$$

$$x = 240$$

$$0.6 \cdot 0.25 \cdot 240 = 36$$

→ 36 Frauen arbeiten nur in der Firma

Aufgabe 7a

$$\frac{1}{8} = 12.5\%$$

2 P.*Lösung:*

		Oktaederwürfel							
		1	2	3	4	5	6	7	8
Tetraederwürfel	1	X							
	2		X						
	3			X					
	4				X				

$$P(2 \text{ gleiche Zahlen}) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 12.5\%$$

oder

$$P(2 \text{ gleiche Zahlen}) = p(11) + p(22) + p(33) + p(44)$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8}$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{32} = \frac{1}{8} = 12.5\%$$

Aufgabe 7b**1450****2 P.***Lösung:**Lösungsweg 1 (mit einer Tabelle):*

		Oktaederwürfel							
		1	2	3	4	5	6	7	8
Tetraederwürfel	1								
	2								
	3								X
	4							X	X

$$P(\text{Augensumme 11 oder 12}) = \frac{3}{32} = 9.375\%$$

$$\frac{3}{32} \triangleq 135 \text{ Würfeln}$$

$$\frac{32}{32} \triangleq 1440 \text{ Würfeln}$$

→ Es wurde am ehesten 1450-mal gewürfelt.

oder

Lösungsweg 2 (Rückwärtsrechnen oder Probieren):

$$P(\text{Augensumme 11 oder 12}) = \frac{3}{32} = 9.375\%$$

Anzahl Würfe	Anzahl 11er und 12er
720	$\frac{3}{32} \cdot 720 = 67.5$
1050	$\frac{3}{32} \cdot 1050 \approx 98.4$
1450	$\frac{3}{32} \cdot 1450 \approx \mathbf{135.9}$
2150	$\frac{3}{32} \cdot 2150 \approx 201.6$

→ Es wurde am ehesten 1450-mal gewürfelt.

oder

Lösungsweg 3 (mit einer Gleichung):

$$\frac{3}{32}x = 135$$

$$3x = 4320$$

$$x = 1440$$

→ Es wurde am ehesten 1450-mal gewürfelt.

oder

Lösungsweg 4 (Bestimmung der relativen Häufigkeiten und Vergleich mit $\frac{3}{32}$)

$$\frac{135}{720} \approx 0.19$$

$$\frac{135}{1050} \approx 0.13$$

$$\frac{135}{1450} \approx 0.09 \approx \frac{3}{32}$$

$$\frac{135}{2150} \approx 0.06$$

→ Es wurde am ehesten 1450-mal gewürfelt.

Aufgabe 8a

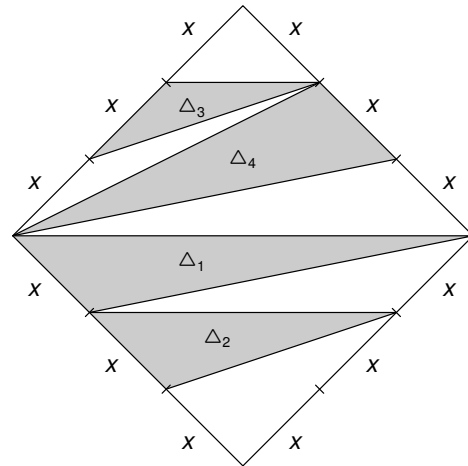
$$\frac{3x^2}{2}$$

1 P.*Lösung:*

$$A_{\Delta 1} = \frac{x \cdot 3x}{2} = \frac{3x^2}{2}$$

oder

$$\begin{aligned} A_{\Delta 1} &= \frac{1}{2} A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{rechw}_{\Delta}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot (3x)^2 - \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot 2x \\ &= \frac{9x^2}{2} - \frac{6x^2}{2} \\ &= \frac{3x^2}{2} \end{aligned}$$



Aufgabe 8b

$$\frac{1}{2} = 50\%$$

2 P.*Lösung:*

$$A_{\Delta 1} = \frac{x \cdot 3x}{2} = \frac{3x^2}{2}$$

$$A_{\Delta 2} = \frac{x \cdot 2x}{2} = x^2$$

$$A_{\Delta 3} = \frac{x \cdot x}{2} = \frac{x^2}{2}$$

$$A_{\Delta 4} = \frac{x \cdot 3x}{2} = \frac{3x^2}{2}$$

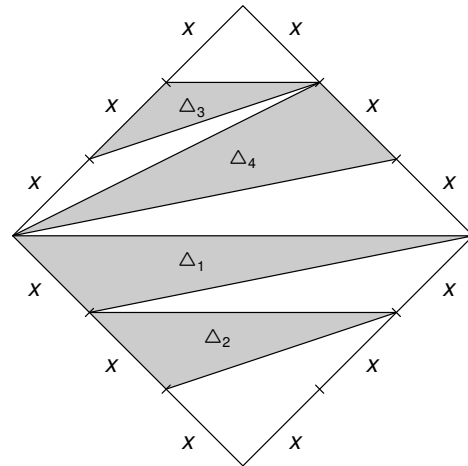
$$A_{\text{grau}} = A_{\Delta 1} + A_{\Delta 2} + A_{\Delta 3} + A_{\Delta 4}$$

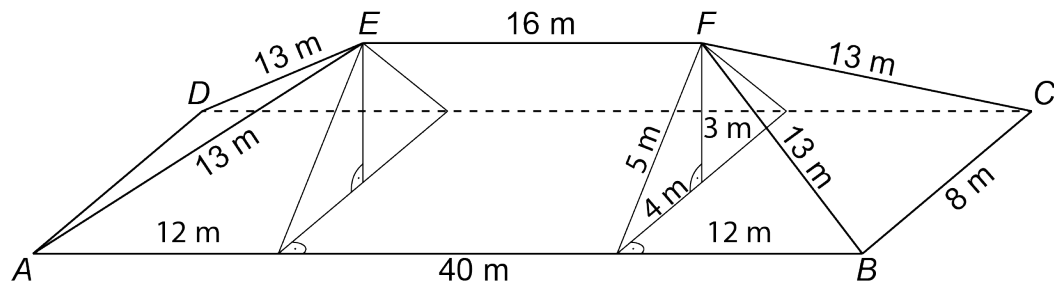
$$= \frac{3x^2}{2} + x^2 + \frac{x^2}{2} + \frac{3x^2}{2}$$

$$= \frac{9x^2}{2} = 4.5x^2$$

$$A_{\text{Quadrat}} = (3x)^2 = 9x^2$$

$$\frac{A_{\text{grau}}}{A_{\text{Quadrat}}} = \frac{4.5x^2}{9x^2} = \frac{1}{2} = 50\%$$

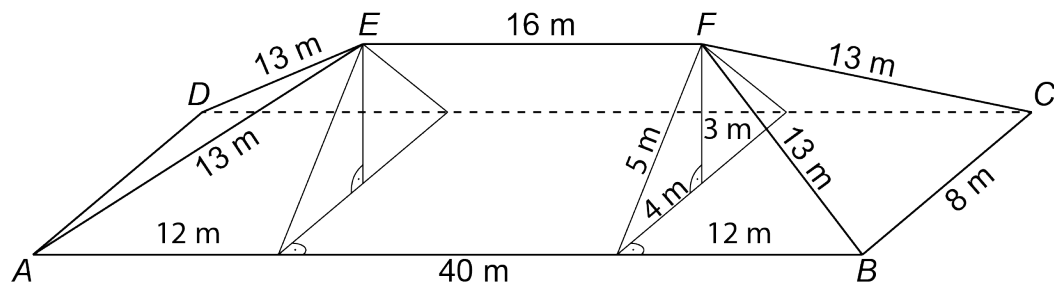


Aufgabe 9a**140 m²****2 P.***Lösung:*

$$\frac{40 - 16}{2} = 12 \text{ m}$$

$$h_{\text{Trapez}} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5 \text{ m}$$

$$A_{\text{Trapez}} = \frac{16 + 40}{2} \cdot 5 = 140 \text{ m}^2$$

Aufgabe 9b**384 m³****2 P.***Lösung:*

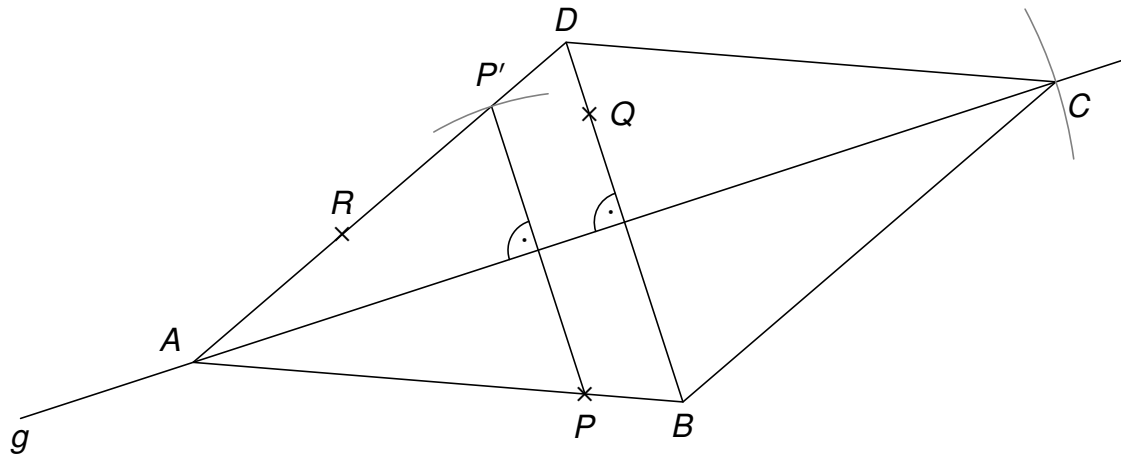
$$h_{\text{Dach}} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ m}$$

$$V_{\text{Dach}} = V_{\text{Prisma}} + 2 \cdot V_{\text{Pyramide}}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 \cdot 16 + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 8 \cdot 3$$

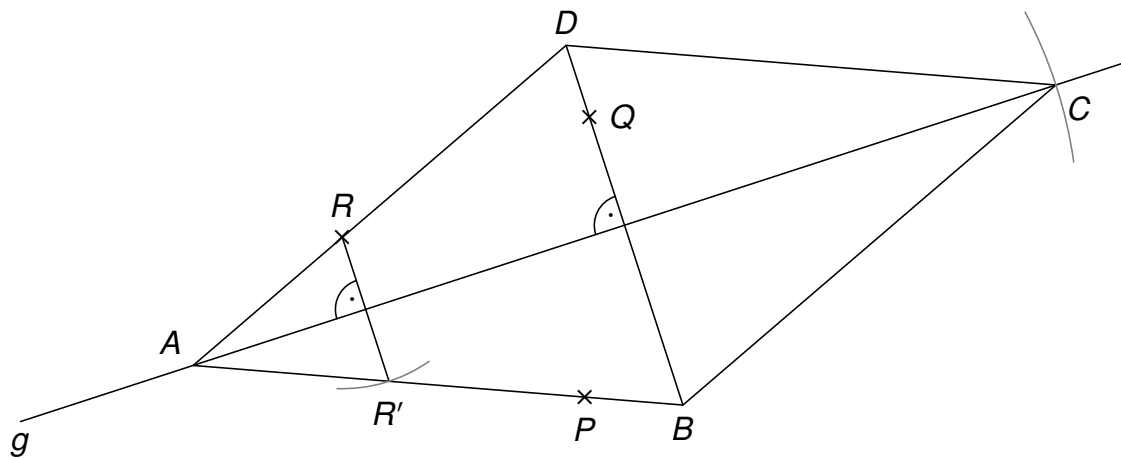
$$= 192 + 2 \cdot 96$$

$$= 384 \text{ m}^3$$

Aufgabe 10**s. Abbildung****2 P.***Lösung:**Variante 1:**Konstruktionsbericht:*

1. P an g spiegeln $\rightarrow P'$
2. $g(P'R) \cap g = \{A\}$
3. Senkrechte s auf g durch Q
4. $s \cap g(P'R) = \{D\}$
5. $s \cap g(PA) = \{B\}$
6. A an s spiegeln $\rightarrow C$

Variante 2:



Konstruktionsbericht:

1. R an g spiegeln $\rightarrow R'$
2. $g(PR') \cap g = \{A\}$
3. Senkrechte s auf g durch Q
4. $s \cap g(PR') = \{B\}$
5. $s \cap g(RA) = \{D\}$
6. A an s spiegeln $\rightarrow C$

Aufgabe 11a**1050 m****2 P.***Lösung:*

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\text{kgV}(15, 42) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$$

$$5 \cdot 210 = 1050 \text{ m}$$

Aufgabe 11b**9 m****1 P.***Lösung:*

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$630 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

x muss den Primfaktor 3 zweimal enthalten, d. h. x muss ein Vielfaches von 9 sein. Da das kleinste x gesucht ist, ist 9 m die gesuchte Distanz.