

Zentrale Aufnahmeprüfung 2020 für die Kurzgymnasien des Kantons Zürich

Mathematik

Korrekturrichtlinien und Resultate

Allgemeine Hinweise zur Korrektur

- Es werden nur ganze Punkte verteilt.
- Der Lösungsweg muss ersichtlich und klar dargestellt sein.
- Durchgestrichenes wird nicht bewertet.
- Um die Verhältnismässigkeit bei der Punktevergabe zu wahren, gibt es keinen Punkteabzug bei:
 - vergessenen Einheitsangaben,
 - Rundungsfehlern (z. B. Abrunden statt Aufrunden oder Weiterrechnen mit gerundeten Zwischenresultaten) oder bei
 - fehlenden Antwortsätzen.
- Die Vergabe von Teilpunkten bei unerwarteten Lösungswegen und Ansätzen liegt im Ermessensspielraum der Korrigierenden.
- Numerische Resultate sind, wo nichts anderes vermerkt ist, in beliebiger Form zu akzeptieren (beispielsweise auch ungekürzte Brüche).
- Bei mehreren angegebenen Lösungswegen mit unterschiedlichen Resultaten wird jeweils der beste Lösungsweg bewertet.

Punkteverteilung:

Nr.:	1a	1b	2a	2b	3a	3b	4	5a	5b	5c	6a	6b	6c	7	8a	8b	9	10a	10b	11a	11b	Total
Alg:	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	2	1	2	2						1	1	26
Gm:															3	2	3	2	2			12
P _{max} :	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	2	1	2	2	3	2	3	2	2	1	1	38

Insgesamt: 38 Punkte

Aufgabe 1a

$x = 2$

2 P.

Lösungsweg:

$$29 + (8 - 17x) = 7 - 4(5 - 2x)$$

$$29 + 8 - 17x = 7 - 20 + 8x$$

$$37 - 17x = 8x - 13$$

$$25x = 50$$

$$x = 2$$

Teilpunkt:

- 1 P. für eine korrekte klammerfreie Gleichung, d. h. zum Beispiel für
 $29 + 8 - 17x = 7 - 20 + 8x$

oder

- 1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Aufgabe 1b **$x = 23$** **2 P.***Lösungsweg:*

$$x - \frac{x+7}{15} = \frac{3}{2} - \frac{3(4-3x)}{10} \quad | \cdot 30$$

$$30x - 2(x+7) = 45 - 9(4-3x)$$

$$30x - 2x - 14 = 45 - 36 + 27x$$

$$28x - 14 = 9 + 27x$$

$$x = 23$$

Teilpunkt:

1 P. für eine korrekte nennerfreie Gleichung,
wie z. B. für $30x - 2(x+7) = 45 - 9(4-3x)$

oder

1 P. für eine korrekte auf einen gemeinsamen Nenner erweiterte Gleichung,
wie z. B. für $\frac{30x}{30} - \frac{2(x+7)}{30} = \frac{45}{30} - \frac{9(4-3x)}{30}$

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit
höchstens einem Fehler

Aufgabe 2a

$$\frac{5}{3a}$$

2 P.*Lösungsweg:*

$$-\frac{2c}{b} \cdot \frac{c^2}{b} + \frac{6a+5c}{3ac} = -\frac{2c}{b} \cdot \frac{b}{c^2} + \frac{6a+5c}{3ac} = -\frac{2}{c} + \frac{6a+5c}{3ac} = -\frac{6a}{3ac} + \frac{6a+5c}{3ac} = \frac{5c}{3ac} = \frac{5}{3a}$$

oder

$$-\frac{2c}{b} \cdot \frac{c^2}{b} + \frac{6a+5c}{3ac} = -\frac{2bc}{bc^2} + \frac{6a+5c}{3ac} = -\frac{6abc}{3abc^2} + \frac{6abc+5bc^2}{3abc^2} = \frac{5bc^2}{3abc^2} = \frac{5}{3a}$$

Teilpunkt:

1 P. für den vollständig gekürzten ersten Summanden, d. h. für $-\frac{2}{c}$

oder

1 P. für einen korrekten, gleichnamig gemachten Term, d. h. zum Beispiel für

$$-\frac{6abc}{3abc^2} + \frac{6abc+5bc^2}{3abc^2}$$
oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Aufgabe 2b

$$\frac{31x}{10} = 3.1x$$

2 P.*Lösungsweg:*

$$\frac{(4x)^2}{\sqrt{64x^2 + 36x^2}} + \frac{3x}{2} = \frac{16x^2}{\sqrt{100x^2}} + \frac{3x}{2} = \frac{16x^2}{10x} + \frac{3x}{2} = \frac{8x}{5} + \frac{3x}{2} = \frac{16x}{10} + \frac{15x}{10} = \frac{31x}{10} = 3.1x$$

oder

$$\frac{(4x)^2}{\sqrt{64x^2 + 36x^2}} + \frac{3x}{2} = \frac{16x^2}{\sqrt{100x^2}} + \frac{3x}{2} = \frac{16x^2}{10x} + \frac{3x}{2} = \frac{16x^2}{10x} + \frac{15x^2}{10x} = \frac{31x^2}{10x} = \frac{31x}{10} = 3.1x$$

Teilpunkt:

- 1 P. für den korrekten wurzel- und klammerfreien ersten Summanden,
d. h. für $\frac{16x^2}{10x}$

oder

- 1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

*Bemerkung:*Es wird angenommen, dass $x > 0$ sei.

Aufgabe 3a**Q: $16 - 7a$** **2 P.**

Lösung:

$$\begin{aligned} & 12 - 8a + 2 \cdot (2a - 5) + 2 \cdot (3a + 7) + 3 \cdot (-3a) \\ & = 12 - 8a + 4a - 10 + 6a + 14 - 9a \\ & = 16 - 7a \end{aligned}$$

Teilpunkt:

1 P. für einen korrekten Term für Q, d. h. zum Beispiel für
 $12 - 8a + 2 \cdot (2a - 5) + 2 \cdot (3a + 7) + 3 \cdot (-3a)$

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Aufgabe 3b**33 + 7a****2 P.***Lösungsweg:*

$$\begin{aligned}
& 2 - 4a - 2 \cdot (2a - 5) + 3 \cdot (3a + 7) - 2 \cdot (-3a) \\
& = 2 - 4a - 4a + 10 + 9a + 21 + 6a \\
& = 33 + 7a
\end{aligned}$$

oder x : Term in der Ecke S

$$\begin{aligned}
& x + 2 \cdot (2a - 5) - 3 \cdot (3a + 7) + 2 \cdot (-3a) = 2 - 4a \\
& x + 4a - 10 - 9a - 21 - 6a = 2 - 4a \\
& x - 11a - 31 = 2 - 4a \\
& x = 33 + 7a
\end{aligned}$$

Teilpunkt:

- 1 P. für einen korrekten Term für S, d. h. zum Beispiel für
 $2 - 4a - 2 \cdot (2a - 5) + 3 \cdot (3a + 7) - 2 \cdot (-3a)$

oder

- 1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Bemerkung:

Wird der Term in Einzelschritten notiert, z. B.

$$2 - 4a + (3a + 7) - (2a - 5) - (-3a) - (-3a) + (3a + 7) + (3a + 7) - (2a - 5)$$

und wird dabei zweimal derselbe Fehler gemacht, z. B.

$$2 - 4a + (3a + 7) - 2a - 5 - (-3a) - (-3a) + (3a + 7) + (3a + 7) - 2a - 5,$$

so zählt dies als **1** Rechenfehler.

Aufgabe 4**2700****2 P.***Lösungsweg:*

$$\frac{5}{8} \cdot 48\% = 30\%$$

$$\frac{3}{4} \cdot 52\% = 39\%$$

30% + 39% = 69% aller Einwohnerinnen und Einwohner besitzen ein Smartphone

100% – 69% = 31% aller Einwohnerinnen und Einwohner besitzen kein Smartphone

$$31\% \hat{=} 837$$

100% $\hat{=} 2700$ \Rightarrow In Applingen wohnen 2700 Personen.

oder

x : Anzahl Einwohnerinnen und Einwohner in Applingen

$$\frac{3}{8} \cdot 0.48 \cdot x + \frac{1}{4} \cdot 0.52 \cdot x = 837$$

$$0.18x + 0.13x = 837$$

$$0.31x = 837$$

$x = 2700$ \Rightarrow In Applingen wohnen 2700 Personen.

oder

$$\frac{3}{8} \cdot 0.48 + \frac{1}{4} \cdot 0.52 \hat{=} 837$$

$$0.18 + 0.13 \hat{=} 837$$

$$0.31 \hat{=} 837$$

100% $\hat{=} 2700$ \Rightarrow In Applingen wohnen 2700 Personen.

Teilpunkt:

1 P. für eine korrekte Gleichung, wie z. B. $\frac{3}{8} \cdot 0.48 \cdot x + \frac{1}{4} \cdot 0.52 \cdot x = 837$

oder

1 P. für $\frac{3}{8} \cdot 0.48 + \frac{1}{4} \cdot 0.52 \hat{=} 837$

oder

1 P. für $31\% \hat{=} 837$

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Aufgabe 5a

$$7x + 12 \cdot (268 - x) = 2606$$

1 P.

Mögliche Lösung:

x: Anzahl der heute verkauften Kindertickets

$$7x + 12 \cdot (268 - x) = 2606$$

kein Teilpunkt

Bemerkungen:

- Für äquivalente und nachvollziehbare Gleichungen, wie z. B. $12 \cdot (268 - x) = 2606 - 7x$ wird die volle Punktzahl vergeben.
- Äquivalente, jedoch nicht nachvollziehbare Gleichungen, wie z. B. $5x = 610$ ergeben 0 Punkte.
- Eine korrekte Gleichung, jedoch abhängig von einer nicht gemäss Vorgabe gewählten Variable x (z. B. x: Anzahl verkaufte Erwachsenentickets), ergibt 0 Punkte.

Aufgabe 5b

$$2 \cdot (x - 27) = x + 86 + 27$$

1 P.

Mögliche Lösung:

x: Emmas Geld in CHF

$$2 \cdot (x - 27) = x + 86 + 27$$

kein Teilpunkt

Bemerkungen:

- Für äquivalente und nachvollziehbare Gleichungen, wie z. B. $2 \cdot (x - 27) = x + 113$ wird die volle Punktzahl vergeben.
- Äquivalente, jedoch nicht nachvollziehbare Gleichungen, wie z. B. $2x = 334$ ergeben 0 Punkte.
- Eine korrekte Gleichung, jedoch abhängig von einer nicht gemäss Vorgabe gewählten Variable x (z. B. Liams Geld in CHF), ergibt 0 Punkte.

Aufgabe 5c

$$3x - 10 = 7 \cdot (x - 10)$$

1 P.

Mögliche Lösung:

x : Alter der Tochter heute

$$3x - 10 = 7 \cdot (x - 10)$$

kein Teilpunkt

Bemerkungen:

- Für äquivalente und nachvollziehbare Gleichungen, wie z. B. $7 \cdot (x - 10) + 10 = 3x$ wird die volle Punktzahl vergeben.
- Äquivalente, jedoch nicht nachvollziehbare Gleichungen, wie z. B. $4x = 60$ ergeben 0 Punkte.
- Eine korrekte Gleichung, jedoch abhängig von einer nicht gemäss Vorgabe gewählten Variable x (z. B. Alter der Mutter heute), ergibt 0 Punkte.

Aufgabe 6a

$$P(\text{Geschenk}) = \frac{1}{6}$$

2 P.*Lösungsweg:*

		2. Glücksrad		
		weiss	weiss	grau
1. Glücksrad	weiss	X	X	
	grau			
	grau			
	grau			

$$P(\text{Geschenk}) = p(\text{ww}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

oder

$$P(\text{Geschenk}) = p(\text{ww}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

Teilpunkt:

1 P. für eine korrekt aufgestellte Tabelle inklusive der richtigen Kreuzchen

*oder*1 P. für $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}$

Aufgabe 6b**3752****1 P.**

Lösungsweg:

$$\frac{5}{6} \triangleq 3124$$

$$\frac{6}{6} \triangleq \frac{3124 \cdot 6}{5} = 3748.8$$

oder

Lösen durch Probieren

$$\frac{5}{6} \cdot 3752 \approx 3126$$

Ungefähr 3752 Personen haben das Glücksrad gedreht.

*kein Teilpunkt**Bemerkungen:*

- Die volle Punktzahl wird nur vergeben, wenn der Lösungsweg ersichtlich ist.
- Das Resultat 3748.8 ergibt die volle Punktzahl.
- Die volle Punktzahl bei der Teilaufgabe 6b wird ebenfalls vergeben, wenn mit falschen Resultaten aus der Teilaufgabe 6a folgerichtig weitergerechnet wird.

Aufgabe 6c

$$\frac{2}{5} = 0.4 = 40\%$$

oder

$$144^\circ$$

2 P.*Lösungsweg:*

		2. Glücksrad				
		weiss	weiss	grau	grau	grau
1. Glücksrad	weiss	X	X			
	grau					
	grau					
	grau					

$$P(\text{Geschenk}) = p(\text{ww}) = \frac{1}{10} = \frac{2}{20}$$

d. h. auf 2 von 20 Feldern erhält man einen Gewinn (= Geschenk)

⇒ Der Anteil des weissen Feldes mit dem Paket ist $\frac{2}{5} = 40\%$ des Kreises.*oder*⇒ Das weisse Feld mit dem Paket hat einen Zentriwinkel von 144° .*oder*

x: Wahrscheinlichkeit, dass der Pfeil beim 2. Glücksrad auf das weisse Feld zeigt

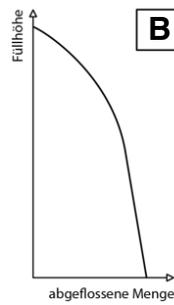
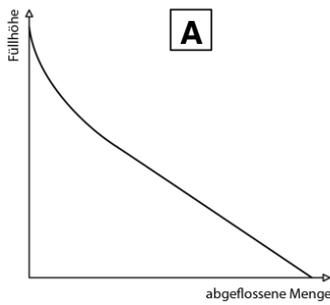
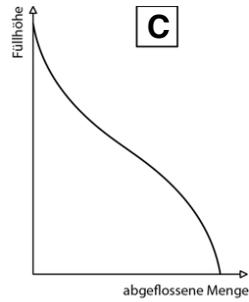
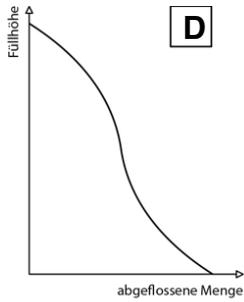
$$\frac{1}{4} \cdot x = \frac{1}{10}$$

$$x = 4 \cdot \frac{1}{10} = \frac{2}{5} = 0.4 = 40\%$$

Teilpunkt:

1 P. für eine korrekt aufgestellte Tabelle inklusive der richtigen Kreuzchen

*oder*1 P. für eine korrekt aufgestellte Gleichung, wie z. B. $\frac{1}{4} \cdot x = \frac{1}{10}$

Aufgabe 7**s. Abbildung unten****2 P.***Lösung:**Teilpunkt:*

1 P. zwei korrekt zugeordnete Graphen

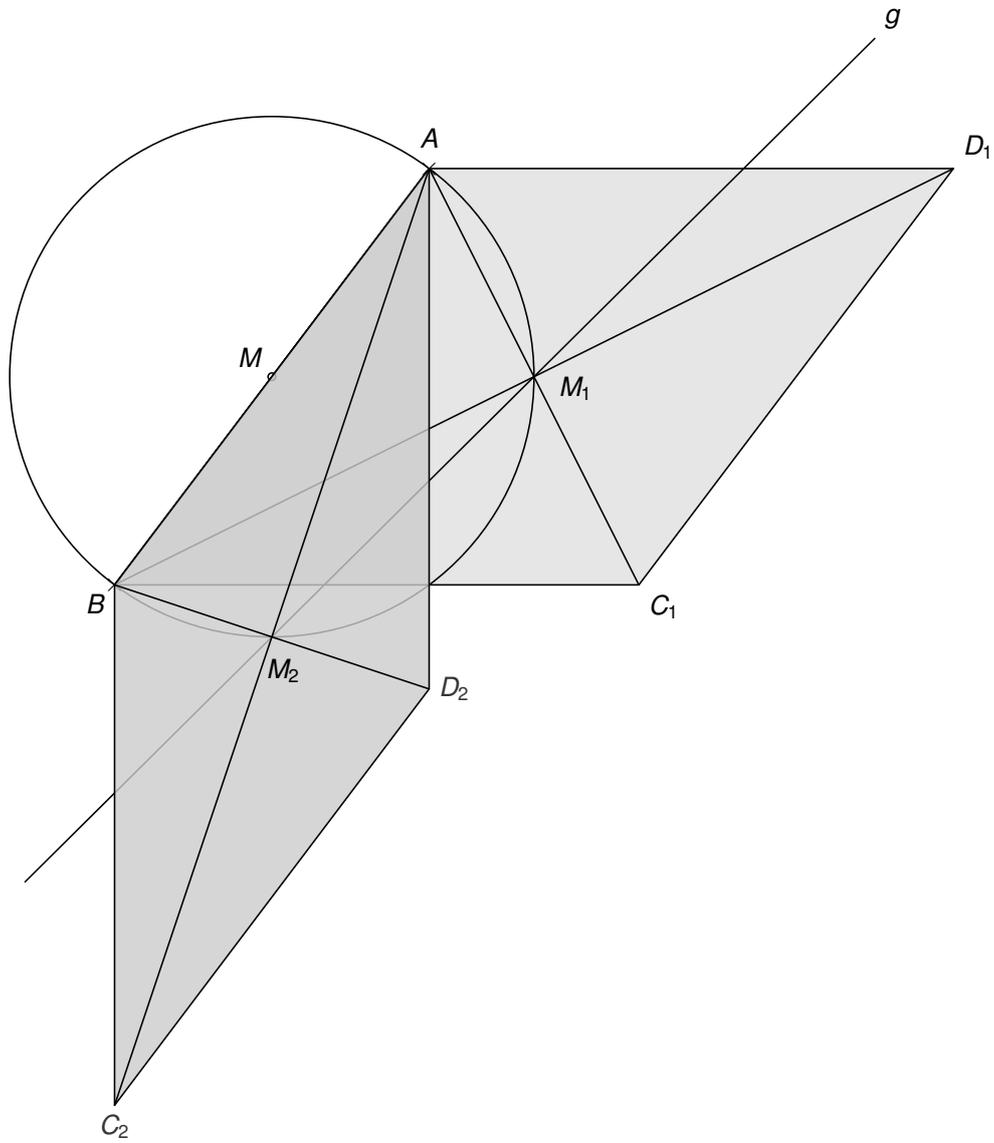
oder

1 P. falls A und B *sowie gleichzeitig auch* D und C vertauscht wurden.

Aufgabe 8a

3 P.

Lösung:



Punkteverteilung:

Teilaufgabe a1

1 Punkt

- 1 P. für den korrekt konstruierten Thaleskreis über der Strecke AB sowie *beide* Diagonalschnittpunkte M_1 und M_2

Bemerkung:

Die volle Punktzahl bei der Teilaufgabe 8a1 wird auch vergeben, falls die Kreisbogen für die Konstruktion der Mittelsenkrechten nicht erkennbar sind.

Teilaufgabe a2

2 Punkte

- 1 P. für eine korrekt konstruierte Ecke C oder D
oder
2 P. für einen korrekt konstruierten Rhombus $ABCD$

Bemerkungen:

- Bei der Teilaufgabe 8a2 können nur dann (Teil-)Punkte erzielt werden, wenn bei der Teilaufgabe 8a1 mindestens ein Rhombusmittelpunkt M korrekt **mit Hilfe eines Thaleskreises** konstruiert worden ist.
- Die volle Punktzahl bei der Teilaufgabe 8a2 wird auch vergeben, falls die Kreisbogen für die Konstruktion der Ecken C und D nicht erkennbar sind.

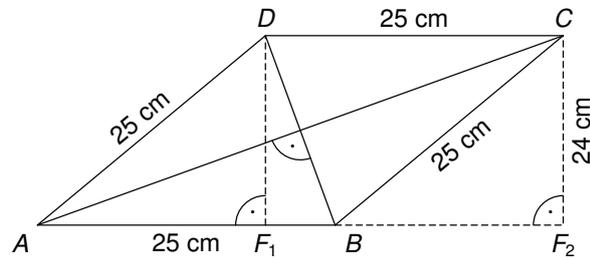
Aufgabe 8b

$$\overline{AC} = 40 \text{ cm}, \overline{BD} = 30 \text{ cm}$$

2 P.*Lösungsweg (Teilaufgabe b1):*

$$\overline{BF_2} = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7 \text{ cm}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{CF_2}^2 + \overline{AF_2}^2} = \sqrt{24^2 + 32^2} = 40 \text{ cm}$$

*Lösungsweg (Teilaufgabe b2):*

$$A_{ABCD} = 25 \cdot 24 = 600$$

$$\overline{BD} = \frac{2 \cdot A_{ABCD}}{\overline{AC}} = \frac{2 \cdot 600}{40} = 30 \text{ cm}$$

oder

$$\overline{BD} = 2 \cdot \overline{BM} = 2 \cdot \sqrt{25^2 - 20^2} = 2 \cdot 15 = 30 \text{ cm}$$

oder

$$\overline{BD} = \sqrt{\overline{F_1B}^2 + \overline{F_1D}^2} = \sqrt{18^2 + 24^2} = 30 \text{ cm}$$

*Teilpunkt:*1 P. für die korrekt berechnete Strecke $\overline{AC} = 40 \text{ cm}$ oder $\overline{BD} = 30 \text{ cm}$ *oder*

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Bemerkung:

Falls die Aufgabe direkt in der Skizze gelöst wird, d. h. falls die zu berechnenden Längen und Flächeninhalte nachvollziehbar in der Skizze eingetragen sind, muss der Rechenweg nicht ersichtlich sein.

Aufgabe 9**6.5 cm****3 P.***Lösungsweg:*

$$\overline{AE} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ cm}$$

$$A_1 = \frac{5 \cdot 12}{2} = 30 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow A_3 = 2 \cdot 30 = 60 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow A_{ABCD} = 2 \cdot 60 + 30 = 150 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \overline{CD} = 150 : 5 = 30 \text{ cm}$$

$$A_3 = \frac{\overline{FB} + 12.5}{2} \cdot 5 = 60$$

$$\overline{FB} + 12.5 = 24$$

$$\Rightarrow \overline{FB} = 11.5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \overline{EF} = \overline{AB} - \overline{FB} - \overline{AE} = 30 - 11.5 - 12 = 6.5 \text{ cm}$$

oder

$$\overline{AE} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ cm}$$

$$A_1 = \frac{5 \cdot 12}{2} = 30 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow A_2 = A_3 = 2 \cdot 30 = 60 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow A_{ABCD} = 2 \cdot 60 + 30 = 150 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \overline{CD} = 150 : 5 = 30 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \overline{DG} = 30 - 12.5 = 17.5 \text{ cm}$$

$$A_2 = \frac{\overline{EF} + 17.5}{2} \cdot 5 = 60$$

$$\overline{EF} + 17.5 = 24$$

$$\Rightarrow \overline{EF} = 6.5 \text{ cm}$$

Teilpunkte:

1 P. für die korrekte Berechnung einer der folgenden Flächen:
 $A_1 = 30 \text{ cm}^2$ oder $A_2 = 60 \text{ cm}^2$ oder $A_3 = 60 \text{ cm}^2$ oder $A_{ABCD} = 150 \text{ cm}^2$

oder

2 P. für die korrekte Berechnung der Strecke $\overline{AB} = 30 \text{ cm}$

oder

2 P. für die korrekte Berechnung der Strecke $\overline{FB} = 11.5 \text{ cm}$

oder

2 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Bemerkung:

Falls die Aufgabe direkt in der Skizze gelöst wird, d. h. falls die zu berechnenden Längen und Flächeninhalte nachvollziehbar in der Skizze eingetragen sind, muss der Rechenweg nicht ersichtlich sein.

Aufgabe 10a**4868 m****2 P.**

Lösung:

$$d = \sqrt{3657^2 + 3179^2 + 462^2} \approx 4867.559 \text{ m} \approx 4868 \text{ m}$$

Teilpunkt:

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Bemerkung:

Für das korrekte Teilresultat (d. h. wenn beispielsweise die zu berechnende Strecke zweidimensional interpretiert wird) $d_1 = \sqrt{3657^2 + 3179^2} \approx 4845.58$ oder einen beliebigen anderen zweidimensionalen Pythagoras gibt es 0 Punkte.

Aufgabe 10b**702 m****2 P.***Lösung:*

$$\sqrt{4058^2 + 760^2} \approx 4128.555$$

$$\sqrt{4139^2 - 4128.6^2} \approx 293.866$$

$$408 + 293.866 \approx 701.866 \approx 702 \text{ m}$$

oder

$$\sqrt{4058^2 + 760^2 + x^2} = 4139$$

$$17'044'964 + x^2 = 17'131'321$$

$$x^2 = 86'357$$

$$x \approx 293.866$$

$$408 + 293.866 \approx 701.866 \approx 702 \text{ m}$$

oder

$$4139^2 - 4058^2 - 760^2 = 86357$$

$$\sqrt{86357} \approx 293.866$$

$$408 + 293.866 \approx 701.866 \approx 702 \text{ m}$$

Teilpunkt:

1 P. für 293.866 m (Höhenunterschied zwischen dem Adlisberg und dem HB Zürich)

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Bemerkung:

Falls die Aufgabe direkt in der Skizze gelöst wird, d. h. falls in der Skizze die zu berechnenden Längen nachvollziehbar eingetragen und die entsprechenden Strecken eingezeichnet sind, muss der Rechenweg nicht ersichtlich sein.

Aufgabe 11a**116****1 P.***Lösung:*

	a	Anzahl graue Quadrätchen
Figur 1	3	14
Figur 2	4	20
Figur 3	5	26
Figur 4	6	32
...
Figur 18	20	$14 + 17 \cdot 6 = 116$

oder

$$2 \cdot a + 2 \cdot 2a - 4 = 2 \cdot 20 + 2 \cdot 40 - 4 = 116$$

*kein Teilpunkt**Bemerkung:*

Bei dieser Teilaufgabe wird die volle Punktzahl auch vergeben, wenn der Lösungsweg nicht ersichtlich ist.

Aufgabe 11b

$$6 \cdot (a - 1) + 2 = 6a - 4$$

1 P.*Lösung:*

$$6 \cdot (a - 1) + 2 = 6a - 4 \quad \text{oder} \quad 4a + 2 \cdot (a - 2) \quad \text{oder} \quad a \cdot 2a - (a - 2) \cdot (2a - 2) \quad \text{oder} \\ 2a + 2 \cdot (2a - 2) \quad \text{oder} \quad 2a + 2 \cdot 2a - 4$$

*kein Teilpunkt**Bemerkung:*

Bei dieser Teilaufgabe wird die volle Punktzahl auch vergeben, wenn der Lösungsweg nicht ersichtlich ist.