Zentrale Aufnahmeprüfung 2018 für die Kurzgymnasien des Kantons Zürich

Mathematik

Lösungen

Punkteverteilung:

Nr.:	1a	1b	2a	2b	3a	3b	4	5a	5b	6a	6b	7a	7b	8	9	10a	10b	11a	11b	11c	Total
Alg:	2	2	2	2	2	2	4	2	2	2	2							1	1	2	28
Gm:												3	2	2	3	2	2				14
P_{max}:	2	2	2	2	2	2	4	2	2	2	2	3	2	2	3	2	2	1	1	2	42

Insgesamt: 42 Punkte

Aufgabe 1a **$x = 11$** **2 P.**

Lösungsweg:

$-10-3(4x-8)=2(18-7x)$

$-10-12x+24=36-14x$

$14-12x=36-14x$

$2x=22$

$x=11$

Aufgabe 1b **$x = 34$** **2 P.**

Lösungsweg:

$\frac{2x+4}{8}-\frac{x-4}{6}=4$

$6x+12-4x+16=96$

$2x+28=96$

$2x=68$

$x=34$

Aufgabe 2a **12, 28, –2, –6** **2 P.**

Lösung:

x	y	$x-4y$	$x^2-2(y-x)$
4	–2	**12**	**28**
–2	3	–14	**–6**

Aufgabe 2b $\mathbf{\frac{15x}{2}=7.5x}$ **2 P.**

Lösungsweg:

$$\frac{12xy^2}{5y}:\frac{4y}{15}-\frac{2y}{3}\cdot\frac{9x}{4y}=\frac{12xy}{5}\cdot\frac{15}{4y}-\frac{1}{1}\cdot\frac{3x}{2}=\frac{3x}{1}\cdot\frac{3}{1}-\frac{3x}{2}=9x-\frac{3x}{2}=\frac{18x}{2}-\frac{3x}{2}=\frac{15x}{2}=7.5x$$

oder

$$\frac{12xy^2}{5y}:\frac{4y}{15}-\frac{2y}{3}\cdot\frac{9x}{4y}=\frac{180xy^2}{20y^2}-\frac{18xy}{12y}=\frac{540xy^2}{60y^2}-\frac{90xy^2}{60y^2}=\frac{450xy^2}{60y^2}=\frac{15x}{2}=7.5x$$

Aufgabe 3a **220** **2 P.**

Lösungsweg:

40% $\triangleq$ 360 Frauen (bis 40 Jahre)

100% $\triangleq$ 900 teilnehmende Frauen

45% $\triangleq$ 900 teilnehmende Frauen

100% $\triangleq$ 2000 teilnehmende Personen

55% $\triangleq$ 1100 teilnehmende Männer

100% $\triangleq$ 1100 teilnehmende Männer

20% $\triangleq$ 220 Männer (bis 40 Jahre)

oder

x: Anzahl teilnehmende Personen

$$0.45 \cdot 0.4 \cdot x = 360$$

$$x = 2000$$

$0.2 \cdot 0.55 \cdot 2000 = 220$ teilnehmende Männer (bis 40 Jahre)

Aufgabe 3b **71%** **2 P.**

Lösungsweg:

$0.6 \cdot 0.45 + 0.8 \cdot 0.55 = 0.71 = 71\%$

oder

900 – 360 = 540 Frauen (älter als 40 Jahre)

1100 – 220 = 880 Männer (älter als 40 Jahre)

540 + 880 = 1420 Personen (älter als 40 Jahre)

1420 : 2000 = 0.71 = 71%

Aufgabe 4 Mia: 29 GB, Nora: 145 GB (GB: Gummibärchen) 4 P.

Lösungsweg 1:

	Anzahl Gummibärchen	
	«vorher»	«nachher»
Nora	$5x$	$5x - 30 - 7 = 5x - 37$
Mia	x	$x + 7$

$3 \cdot (x+7) = 5x - 30 - 7$

$3x + 21 = 5x - 37$

$2x = 58$

$x = 29$

Mia hatte zu Beginn 29 Gummibärchen, Nora hatte 145 Gummibärchen.

oder

Lösungsweg 2:

	Anzahl Gummibärchen	
	«vorher»	«nachher»
Nora	$5x$	$3 \cdot (x+7)$
Mia	x	$x + 7$

$5x - 30 - 7 = 3 \cdot (x+7)$

$5x - 37 = 3x + 21$

$2x = 58$

$x = 29$

Mia hatte zu Beginn 29 Gummibärchen, Nora hatte 145 Gummibärchen.

oder

Lösungsweg 3:

	Anzahl Gummibärchen	
	«vorher»	«nachher»
Nora	x	$x - 30 - 7 = x - 37$
Mia	$\frac{1}{5}x$	$\frac{1}{5}x + 7$

$3 \cdot \left(\frac{1}{5}x + 7\right) = x - 30 - 7$

$\frac{3}{5}x + 21 = x - 37$

$\frac{2}{5}x = 58$

$x = 145$

Mia hatte zu Beginn 29 Gummibärchen, Nora hatte 145 Gummibärchen.

oder

Lösungsweg 4:

	Anzahl Gummibärchen	
	«vorher»	«nachher»
Nora	$3x + 30 + 7$	$3x$
Mia	$x - 7$	x

$5 \cdot (x - 7) = 3x + 30 + 7$

$5x - 35 = 3x + 37$

$2x = 72$

$x = 36$

Mia hatte zu Beginn 29 Gummibärchen, Nora hatte 145 Gummibärchen.

oder

Lösungsweg 5:

	Anzahl Gummibärchen	
	«vorher»	«nachher»
Nora	$x + 30 + 7$	x
Mia	$\frac{1}{3}x - 7$	$\frac{1}{3}x$

$$5 \cdot \left(\frac{1}{3}x - 7\right) = x + 30 + 7$$

$$\frac{5}{3}x - 35 = x + 37$$

$$\frac{2}{3}x = 72$$

$$x = 108$$

Mia hatte zu Beginn 29 Gummibärchen, Nora hatte 145 Gummibärchen.

Aufgabe 5a **252, 504, 756 und 1008** **2 P.**

Lösungsweg:

$$4 = 2 \cdot 2$$

$$9 = 3 \cdot 3$$

$$14 = 2 \cdot 7$$

$$\text{kgV}(4,\ 9,\ 14) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 252$$

Lösungen: 252, 504, 756, 1008

Aufgabe 5b **27, 54, 135 und 270** **2 P.**

Lösungsweg:

$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

$270 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

x muss ein Vielfaches von 27 sein. x muss genau 3-mal den Primfaktor 3 enthalten.
x darf die Primfaktoren 2 und 5 höchstens je 1-mal enthalten.

$3 \cdot 3 \cdot 3 = \mathbf{27}$

$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = \mathbf{54}$

$5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = \mathbf{135}$

$2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = \mathbf{270}$

Für x kommen die Zahlen 27, 54, 135 und 270 infrage.

Aufgabe 6a $\mathbf{\frac{1}{3} = 0.\overline{3} = 33.\overline{3}\%}$ **2 P.**

Lösungsweg:

1. Zug

2. Zug	r	r	r	w	w	g
r				**x**	**x**	
r				**x**	**x**	
r				**x**	**x**	
w	**x**	**x**	**x**			
w	**x**	**x**	**x**			
g						

$$P(1x\ \textit{weiss}, 1x\ \textit{rot}) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

oder

$$P(1x\ \textit{weiss}, 1x\ \textit{rot}) = P(\text{wr}) + P(\text{rw}) = \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{6} + \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} = 2 \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{6} = 2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

Aufgabe 6b **2000-mal** **2 P.**

Lösungsweg:

2. Zug \ 1. Zug	r	r	r	w	w	g
r	**x**	**x**	**x**			
r	**x**	**x**	**x**			
r	**x**	**x**	**x**			
w						
w						
g						

$P(2x\ rot) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ *oder* $P(2x\ rot) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4} = 25\% \mathrel{\hat{=}} 493$

$1 = 100\% \mathrel{\hat{=}} 1972$

➔ Die beste Schätzung ist 2000.

Aufgabe 7a **$b = 10$, $h_b = 3$** **3 P.**

Lösung:

$$b = \sqrt{6^2 + 8^2}$$

$$= \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100}$$

$$= 10$$

Direkte Berechnung von h_b:

$$\overline{BC} \cdot h_a = b \cdot h_b$$

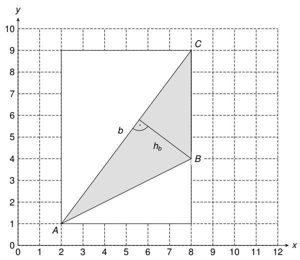
$$5 \cdot 6 = 10 \cdot h_b$$

$$h_b = 3$$

Berechnung von h_b mit Hilfe des Flächeninhalts des Dreiecks ABC:

$$A_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot h_a$$

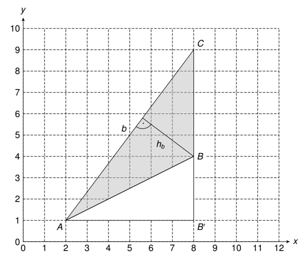
$$= \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 = 15$$



oder

$$A_{\Delta ABC} = A_{Rechteck} - A_{Dreieck\,1} - A_{Dreieck\,2}$$

$$= 6 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 48 - 9 - 24 = 15$$



oder

$$A_{\Delta ABC} = A_{\Delta gross} - A_{\Delta klein}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 24 - 9 = 15$$

$$A_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_b$$

$$15 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot h_b$$

$$15 = 5 \cdot h_b$$

$$h_b = 3$$

Aufgabe 7b $\boldsymbol{D(2|15)}$ **2 P.**

Lösung:

$$A_{Trapez} = 57 = \frac{\overline{AD} + \overline{BC}}{2} \cdot h$$

$$57 = \frac{\overline{AD} + 5}{2} \cdot 6$$

$$19 = \overline{AD} + 5$$

$$\overline{AD} = 14$$

oder

$$A_{Trapez} = 57 = m \cdot h$$

$$57 = m \cdot 6$$

$$m = 9.5$$

$$\frac{\overline{AD} + \overline{BC}}{2} = 9.5$$

$$\frac{\overline{AD} + 5}{2} = 9.5$$

$$\overline{AD} = 14$$

oder

$$A_{Trapez} - A_{\Delta ABC} = 57 - 15 = 42$$

$$A_{\Delta ACD} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot h$$

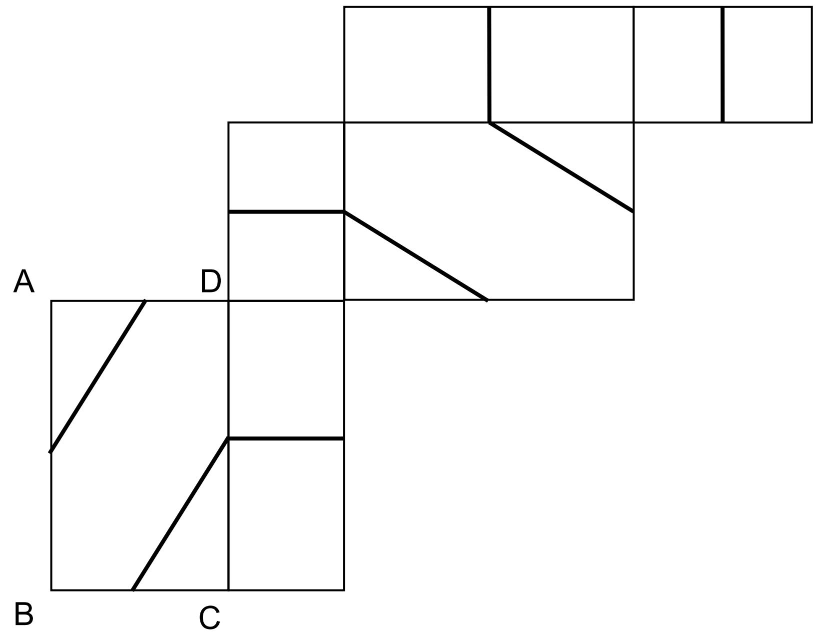
$$42 = \frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot 6$$

$$\overline{AD} = 14$$

Der Punkt D hat die Koordinaten $D(2|15)$.

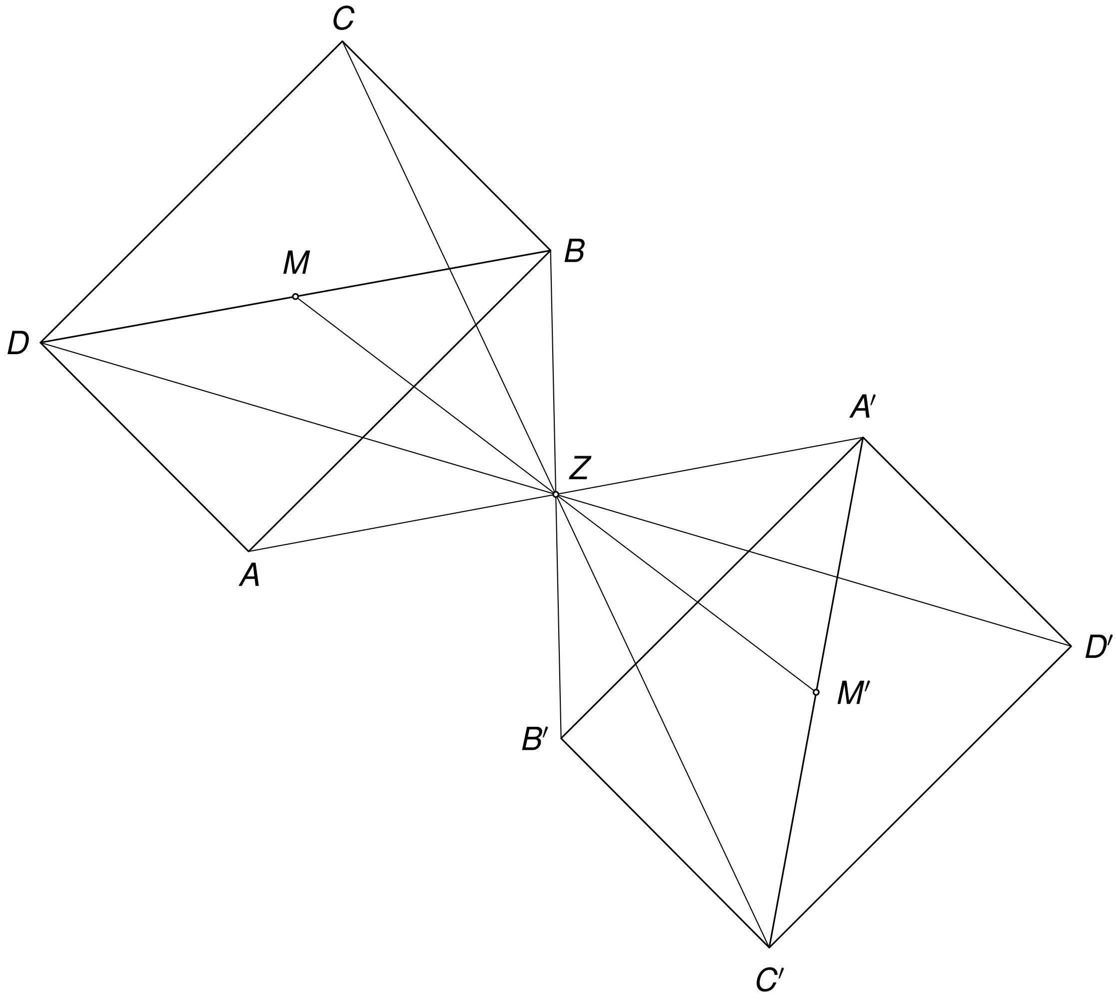
Aufgabe 8 **s. Abbildung** **2 P.**

Lösung:



Aufgabe 9 **3 P.**

Lösung:



Aufgabe 10a **$60 \cdot \sqrt{2}$ cm ≈ 84.85 cm** **2 P.**

Lösung:

s: Länge einer Oktaederkante

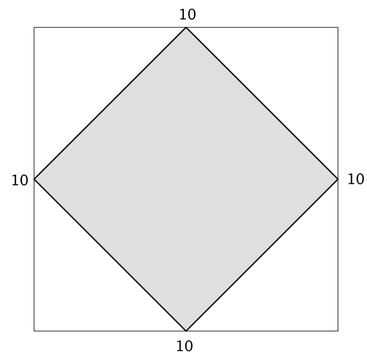
$s = 5 \cdot \sqrt{2} \approx 7.07$ cm

$l_{Draht} = 12 \cdot s = 12 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} = 60 \cdot \sqrt{2} \approx 12 \cdot 7.07 \approx 84.85$ cm

---

Aufgabe 10b **$166\frac{2}{3}\ cm^3 = 166.\overline{6}\ cm^3$** **2 P.**

Lösung:



$$G_{Pyramide} = \frac{1}{2} \cdot G_{Würfel}$$
$$= \frac{1}{2} \cdot 10^2 = 50\ \text{cm}^2$$
$$V_{Oktaeder} = 2 \cdot V_{Pyramide}$$
$$= 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 50 \cdot 5$$
$$= \frac{500}{3}\ \text{cm}^3 = 166\frac{2}{3}\ \text{cm}^3 = 166.\overline{6}\ \text{cm}^3$$

oder

s: Länge einer Oktaederkante

$$s = 5 \cdot \sqrt{2} \approx 7.07\ \text{cm}$$
$$h_{Pyramide} = 5\ \text{cm}$$
$$V_{Oktaeder} = 2 \cdot V_{Pyramide}$$
$$= 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 7.07^2 \cdot 5$$
$$= \frac{500}{3}\ \text{cm}^3 = 166\frac{2}{3}\ \text{cm}^3 = 166.\overline{6}\ \text{cm}^3$$

oder

a: Länge einer Würfelkante

$$G_{Pyramide} = \frac{1}{2} \cdot G_{Würfel}$$

$$V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot G_{Würfel} \cdot h \qquad |G_{Würfel} = a^2$$

$$= \frac{1}{6} \cdot a^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot a = \frac{1}{12} \cdot a^3$$

$$V_{Oktaeder} = 2 \cdot V_{Pyramide}$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{12} \cdot a^3 = \frac{1}{6} \cdot a^3 = \frac{1}{6} \cdot V_{Würfel}$$

$$V_{Oktaeder} = \frac{1}{6} \cdot 10^3 = 166.\overline{6}\ \text{cm}^3$$

Aufgabe 11a **2048** **1 P.**

Lösungsweg:

$2^{11} = 2048$

Aufgabe 11b $\mathbf{2^{n-1}}$ **1 P.**

Lösungsweg:

2^{n-1}

Aufgabe 11c **39. Figur** **2 P.**

Lösungsweg:

$2^{38} \approx 2.749 \cdot 10^{11} > 2.5 \cdot 10^{11} = 250$ Milliarden

$2^{n-1} = 2^{38}$

$n - 1 = 38$

$n = 39 \qquad \Rightarrow$ Die 39. Figur.
