

Zentrale Aufnahmeprüfung 2017 für die Kurzgymnasien des Kantons Zürich

Mathematik

Lösungen

Punkteverteilung:

Nr.:	1a	1b	2a	2b	3a	3b	4a	4b	5	6a	6b	6c	7	8	9a	9b	9c	10a	10b	10c	Total
Alg:	2	2	2	2	2	3	1	2	4	2	2	2			1	2	2				31
Gm:													2	2				1	2	3	10
P _{max} :	2	2	2	2	2	3	1	2	4	2	2	2	2	2	1	2	2	1	2	3	41

Insgesamt: 41 Punkte

Aufgabe 1a

$x = -3$

2 P.*Lösungsweg:*

$$4x - 5(3 - 2x) = 3(4x - 1) + 6x$$

$$4x - 15 + 10x = 12x - 3 + 6x$$

$$14x - 15 = 18x - 3$$

$$4x = -12$$

$$x = -3$$

Aufgabe 1b

$x = -2$

2 P.*Lösungsweg:*

$$4x - \frac{2}{3} = 6\left(x + \frac{5}{9}\right)$$

$$4x - \frac{2}{3} = 6x + \frac{10}{3}$$

$$2x = -4$$

$$x = -2$$

oder

$$4x - \frac{2}{3} = 6\left(x + \frac{5}{9}\right)$$

$$36x - 6 = 6(9x + 5)$$

$$36x - 6 = 54x + 30$$

$$18x = -36$$

$$x = -2$$

Aufgabe 2a

$$\frac{3t+3}{2t} \quad \text{oder} \quad \frac{3(t+1)}{2t} \quad \text{oder} \quad \frac{3}{2} + \frac{3}{2t}$$

2 P.*Lösungsweg:*

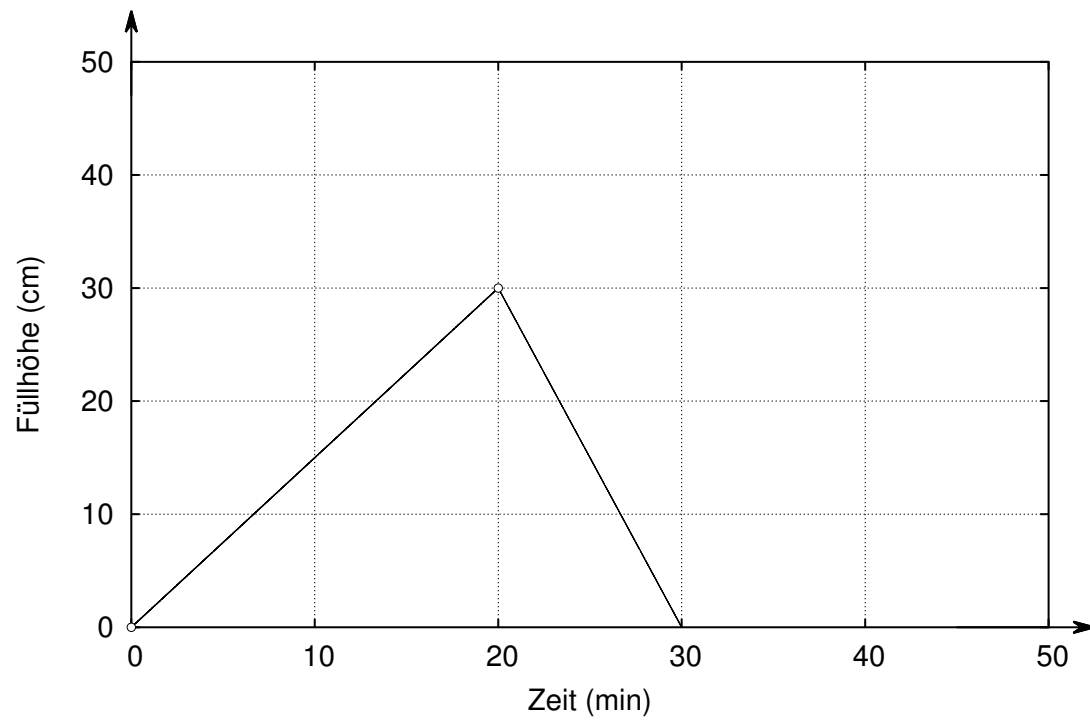
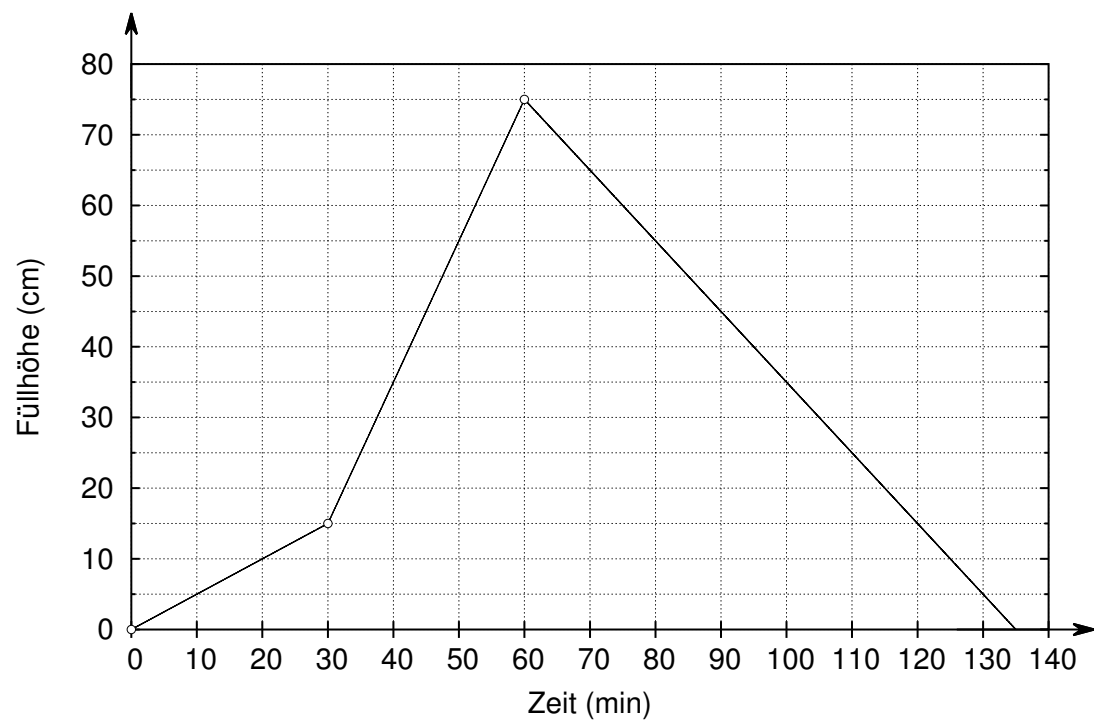
$$\frac{t-1}{2} : \frac{t}{3} + \frac{3}{t} = \frac{t-1}{2} \cdot \frac{3}{t} + \frac{3}{t} = \frac{3t-3}{2t} + \frac{3}{t} = \frac{3t-3}{2t} + \frac{6}{2t} = \frac{3t+3}{2t}$$

Aufgabe 2b

$$a : b : c \cdot d - e + f + g - h$$

2 P.*Lösungsweg:*

$$a : (b \cdot (c \cdot d)) - (e - (f + g) + h) = a : (b \cdot c \cdot d) - (e - f - g + h) = a : b : c \cdot d - e + f + g - h$$

Aufgabe 3a**2 P.***Lösungsweg:***Aufgabe 3b****3 P.**

Aufgabe 4a**CHF 549.90****1 P.***Lösungsweg:*

$$650 \cdot 0.9 \cdot 0.94 = \text{CHF } 549.90$$

oder

$$100\% \triangleq \text{CHF } 650$$

$$90\% \triangleq \text{CHF } 585$$

$$100\% \triangleq \text{CHF } 585$$

$$94\% \triangleq \text{CHF } 549.90$$

Aufgabe 4b**CHF 750****2 P.***Lösungsweg:*

$$621 : 0.92 : 0.9 = \text{CHF } 750$$

oder

$$92\% \triangleq \text{CHF } 621$$

$$100\% \triangleq \text{CHF } 675$$

$$90\% \triangleq \text{CHF } 675$$

$$100\% \triangleq \text{CHF } 750$$

Aufgabe 5**53 Kinder, 106 Jugendliche, 81 Erwachsene****4 P.***Lösungsweg:*

	Anzahl	Preis/Person in CHF	Einnahmen
Kinder	x	12	$12x$
Jugendliche	$2x$	16	$16 \cdot 2x = 32x$
Erwachsene	$x + 28$	44	$44 \cdot (x + 28) = 44x + 1232$
Total			5896

Daraus ergibt sich die folgende Gleichung:

$$12x + 16 \cdot 2x + 44 \cdot (x + 28) = 5896$$

$$12x + 32x + 44x + 1232 = 5896$$

$$88x + 1232 = 5896$$

$$88x = 4664$$

$$x = 53$$

Es sind 53 Kinder, 106 Jugendliche und 81 Erwachsene.

oder

	Anzahl	Preis/Person in CHF	Einnahmen
Kinder	$0.5x$	12	$12 \cdot 0.5x = 6x$
Jugendliche	x	16	$16x$
Erwachsene	$0.5x + 28$	44	$44 \cdot (0.5x + 28) = 22x + 1232$
Total			5896

Daraus ergibt sich die folgende Gleichung:

$$12 \cdot 0.5x + 16x + 44 \cdot (0.5x + 28) = 5896$$

$$6x + 16x + 22x + 1232 = 5896$$

$$44x + 1232 = 5896$$

$$44x = 4664$$

$$x = 106$$

Es sind 53 Kinder, 106 Jugendliche und 81 Erwachsene.

oder

	Anzahl	Preis/Person in CHF	Einnahmen
Kinder	$x - 28$	12	$12 \cdot (x - 28) = 12x - 336$
Jugendliche	$2 \cdot (x - 28)$ $= 2x - 56$	16	$16 \cdot (2x - 56) = 32x - 896$
Erwachsene	x	44	$44x$
Total			5896

Daraus ergibt sich die folgende Gleichung:

$$12 \cdot (x - 28) + 16 \cdot (2x - 56) + 44x = 5896$$

$$12x - 336 + 32x - 896 + 44x = 5896$$

$$88x - 1232 = 5896$$

$$88x = 7128$$

$$x = 81$$

Es sind 53 Kinder, 106 Jugendliche und 81 Erwachsene.

Aufgabe 6a

$$\frac{2}{5} = 0.4 = 40\%$$

2 P.*Lösungsweg:*

(M+: Schülerin hat gerne Mathematik. M–: Schülerin hat nicht gerne Mathematik.)

$$P(\text{beide M+}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$$

Klasse A

		M+	M+	M+	M–	M–
Klasse B	M+	x	x	x		
	M+	x	x	x		
	M–					

Aufgabe 6b

$$\frac{7}{15} = 0.4\bar{6} = 46.\bar{6}\%$$

2 P.*Lösungsweg:*

(M+: SchülerIn hat gerne Mathematik. M–: SchülerIn hat nicht gerne Mathematik.)

$$P(\text{genau einmal M+}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3}{15} + \frac{4}{15} = \frac{7}{15}$$

Klasse A

		M+	M+	M+	M–	M–
Klasse B	M+				x	x
	M+				x	x
	M–	x	x	x		

Aufgabe 6c**20 Schülerinnen****2 P.***Lösungsweg:*

Vor der Mathematikprüfung: $\frac{3}{5}$ der Klasse haben gerne Mathematik.

Nach der Mathematikprüfung: $\frac{1}{2}$ der Klasse haben gerne Mathematik.

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{6}{10} - \frac{5}{10} = \frac{1}{10}$$

$\frac{1}{10}$ entspricht 2 Schülerinnen

In der Klasse A sind somit 20 Schülerinnen.

oder

Lösung mit einer Gleichung:

x: Anzahl Schülerinnen in der Klasse A

$$\frac{3x}{5} - 2 = \frac{x}{2}$$

$$\frac{x}{10} = 2$$

$$x = 20$$

Aufgabe 7**6 cm****2 P.***Mögliche Lösungswege:*

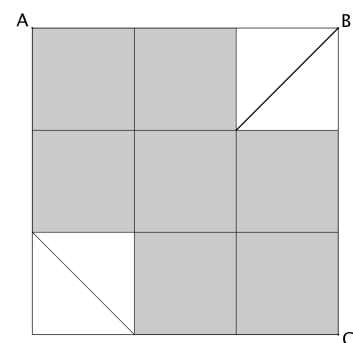
Die Figur kann in 9 gleich grosse, kleine Quadrate aufgeteilt werden.

Durch Neuordnung der weissen Dreiecke sieht man, dass die grau markierte Fläche aus 7 kleinen Quadraten besteht.

Der Flächeninhalt der 7 kleinen Quadrate entspricht 28 cm^2 .

Ein kleines Quadrat hat einen Flächeninhalt von 4 cm^2 und somit eine Seitenlänge von 2 cm.

Die Strecke AB misst folglich 6 cm.



oder

Wir betrachten das Quadrat mit der Seitenlänge AB:

$$\begin{aligned}\frac{7}{9} \text{ entsprechen } 28 \text{ cm}^2. & \Rightarrow \frac{9}{9} \text{ entsprechen } 36 \text{ cm}^2. \\ & (= \text{Flächeninhalt des grossen Quadrates}) \\ & \Rightarrow \overline{AB} = 6 \text{ cm}\end{aligned}$$

oder

Wir betrachten die gegebene Figur:

$$\begin{aligned}\frac{7}{9} \text{ entsprechen } 28 \text{ cm}^2. & \Rightarrow \frac{1}{9} \text{ entsprechen } 4 \text{ cm}^2. \\ & (= \text{Flächeninhalt eines kleinen Quadrates}) \\ & \Rightarrow \text{Die Seitenlänge eines kleinen Quadrates ist } 2 \text{ cm.} \\ & \Rightarrow \overline{AB} = 6 \text{ cm}\end{aligned}$$

oder

Lösung mit Hilfe einer Gleichung, z. B.:

x: Länge einer Kathete des rechtwinklig-gleichschenkligen Dreiecks

$$A = 6 \cdot A_{\text{kl. Quadrat}} + 2 \cdot A_{\text{gleichsch. Dreieck}} = 28$$

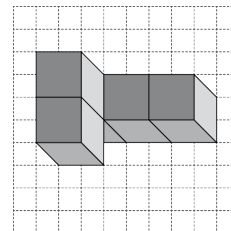
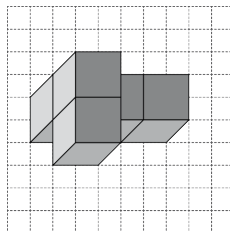
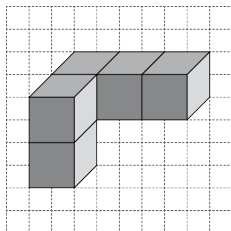
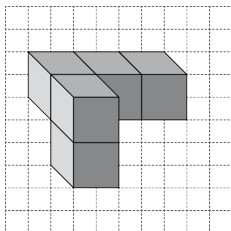
$$6 \cdot x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot x^2 = 28$$

$$7x^2 = 28$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = 6 \text{ cm}$$

Aufgabe 8**2 P.***Mögliche Lösungen:***Aufgabe 9a****129****-112****-95****1 P.***Lösung:*

129

-112

17

-95

-78

Aufgabe 9b **$12a - 5b$** **$-2a + b$** **$3a - b$** **2 P.***Lösung:* $12a - 5b$ $-7a + 3b$ $5a - 2b$ $-2a + b$ $3a - b$ **Aufgabe 9c****5 Lösungen (s. unten)****2 P.***Lösung:*

1

4

5

9

3

3

6

9

5

2

7

9

7

1

8

9

9

0

9

9

Aufgabe 10a

$\sqrt{180} \approx 13.416 \text{ cm}$

1 P.*Lösungsweg:*

$$\overline{AM_1} = \sqrt{12^2 + 6^2} = \sqrt{180} \approx 13.416 \text{ cm}$$

Aufgabe 10b

$\sqrt{162} \approx 12.728 \text{ cm}$

2 P.*Lösungsweg:*

$$\overline{AC} = 12\sqrt{2} = \sqrt{288} \approx 16.971 \text{ cm}$$

$$\overline{M_1M_2} = 6\sqrt{2} = \sqrt{72} \approx 8.485 \text{ cm}$$

$$m = \frac{\overline{AC} + \overline{M_1M_2}}{2} \approx \frac{16.971 + 8.485}{2} = \frac{25.456}{2} = 12.728 \text{ cm}$$

Aufgabe 10c

162 cm^2

3 P.*Lösungsweg:*

$$x = (\sqrt{288} - \sqrt{72}) : 2 = \sqrt{18} \approx 4.243 \text{ cm}$$

$$h \approx \sqrt{13.416^2 - 4.243^2} = \sqrt{180 - 18} = \sqrt{162} \approx 12.728 \text{ cm}$$

$$A_{\text{Trapez}} = m \cdot h \approx 12.728 \cdot 12.728 = 162 \text{ cm}^2$$

oder

$$\begin{aligned} A_{\text{Trapez}} &= h \cdot x + h \cdot \overline{M_1M_2} \approx 12.728 \cdot 4.243 + 12.728 \cdot 8.485 \\ &= 54 + 108 = 162 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

