

# Zentrale Aufnahmeprüfung 2017 für die Kurzgymnasien des Kantons Zürich

## Mathematik

## Lösungen

### Punkteverteilung:

| Nr.:               | 1a | 1b | 2a | 2b | 3a | 3b | 4a | 4b | 5 | 6a | 6b | 6c | 7 | 8 | 9a | 9b | 9c | 10a | 10b | 10c | Total |
|--------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|---|----|----|----|---|---|----|----|----|-----|-----|-----|-------|
| Alg:               | 2  | 2  | 2  | 2  | 2  | 3  | 1  | 2  | 4 | 2  | 2  | 2  |   |   | 1  | 2  | 2  |     |     |     | 31    |
| Gm:                |    |    |    |    |    |    |    |    |   |    |    |    | 2 | 2 |    |    |    | 1   | 2   | 3   | 10    |
| P <sub>max</sub> : | 2  | 2  | 2  | 2  | 2  | 3  | 1  | 2  | 4 | 2  | 2  | 2  | 2 | 2 | 1  | 2  | 2  | 1   | 2   | 3   | 41    |

Insgesamt: 41 Punkte

**Aufgabe 1a**

$x = -3$

**2 P.***Lösungsweg:*

$$4x - 5(3 - 2x) = 3(4x - 1) + 6x$$

$$4x - 15 + 10x = 12x - 3 + 6x$$

$$14x - 15 = 18x - 3$$

$$4x = -12$$

$$x = -3$$

**Aufgabe 1b**

$x = -2$

**2 P.***Lösungsweg:*

$$4x - \frac{2}{3} = 6\left(x + \frac{5}{9}\right)$$

$$4x - \frac{2}{3} = 6x + \frac{10}{3}$$

$$2x = -4$$

$$x = -2$$

oder

$$4x - \frac{2}{3} = 6\left(x + \frac{5}{9}\right)$$

$$36x - 6 = 6(9x + 5)$$

$$36x - 6 = 54x + 30$$

$$18x = -36$$

$$x = -2$$

**Aufgabe 2a**

$$\frac{3t+3}{2t} \quad \text{oder} \quad \frac{3(t+1)}{2t} \quad \text{oder} \quad \frac{3}{2} + \frac{3}{2t}$$

**2 P.***Lösungsweg:*

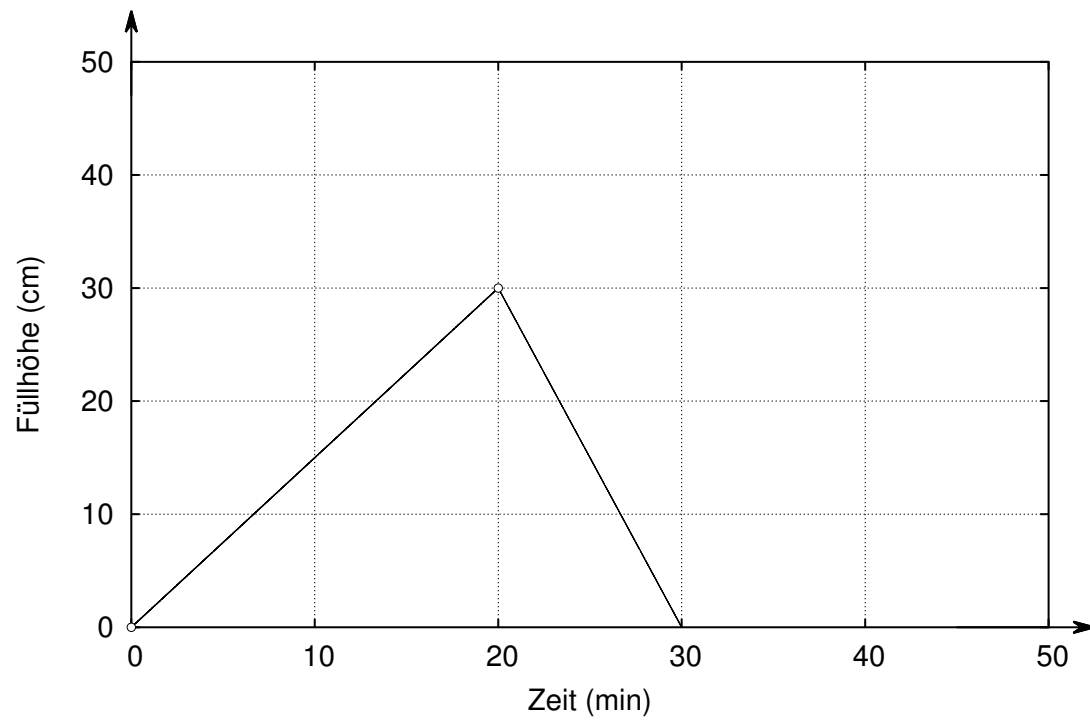
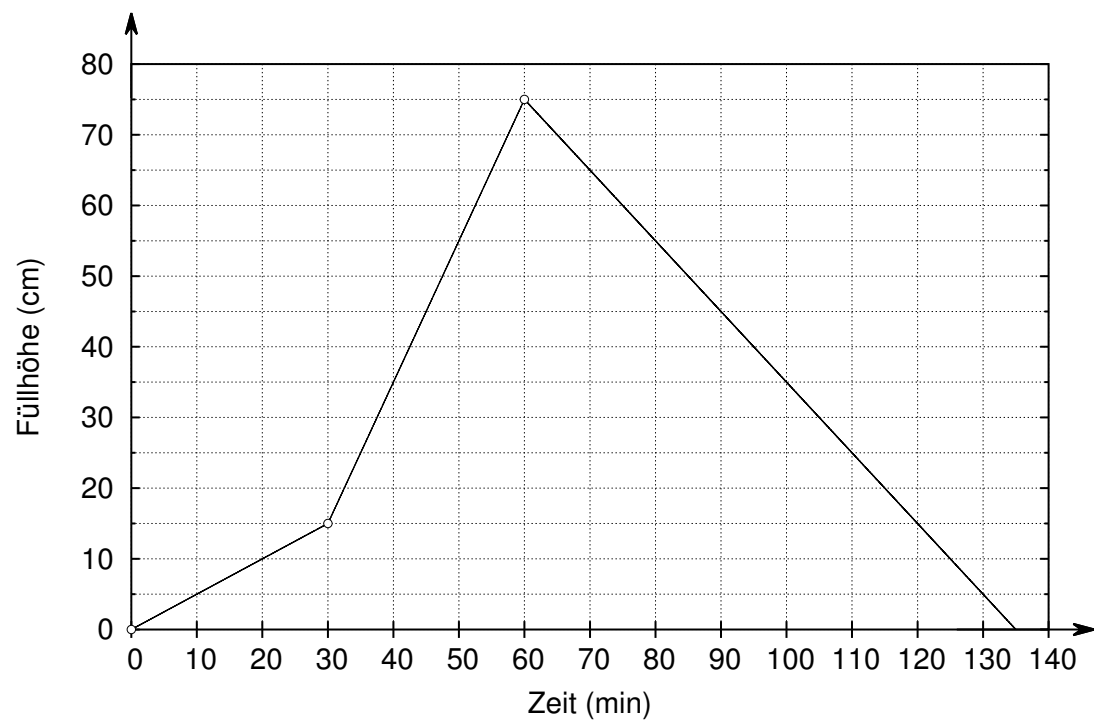
$$\frac{t-1}{2} : \frac{t}{3} + \frac{3}{t} = \frac{t-1}{2} \cdot \frac{3}{t} + \frac{3}{t} = \frac{3t-3}{2t} + \frac{3}{t} = \frac{3t-3}{2t} + \frac{6}{2t} = \frac{3t+3}{2t}$$

**Aufgabe 2b**

$a : b : c \cdot d - e + f + g - h$

**2 P.***Lösungsweg:*

$$a : (b \cdot (c : d)) - (e - (f + g) + h) = a : (b \cdot c : d) - (e - f - g + h) = a : b : c \cdot d - e + f + g - h$$

**Aufgabe 3a****2 P.***Lösungsweg:***Aufgabe 3b****3 P.**

**Aufgabe 4a****CHF 549.90****1 P.***Lösungsweg:*

$$650 \cdot 0.9 \cdot 0.94 = \text{CHF } 549.90$$

oder

$$100\% \triangleq \text{CHF } 650$$

$$90\% \triangleq \text{CHF } 585$$

$$100\% \triangleq \text{CHF } 585$$

$$94\% \triangleq \text{CHF } 549.90$$

**Aufgabe 4b****CHF 750****2 P.***Lösungsweg:*

$$621 : 0.92 : 0.9 = \text{CHF } 750$$

oder

$$92\% \triangleq \text{CHF } 621$$

$$100\% \triangleq \text{CHF } 675$$

$$90\% \triangleq \text{CHF } 675$$

$$100\% \triangleq \text{CHF } 750$$

**Aufgabe 5****53 Kinder, 106 Jugendliche, 81 Erwachsene****4 P.***Lösungsweg:*

|             | Anzahl   | Preis/Person<br>in CHF | Einnahmen                        |
|-------------|----------|------------------------|----------------------------------|
| Kinder      | $x$      | 12                     | $12x$                            |
| Jugendliche | $2x$     | 16                     | $16 \cdot 2x = 32x$              |
| Erwachsene  | $x + 28$ | 44                     | $44 \cdot (x + 28) = 44x + 1232$ |
| Total       |          |                        | 5896                             |

Daraus ergibt sich die folgende Gleichung:

$$12x + 16 \cdot 2x + 44 \cdot (x + 28) = 5896$$

$$12x + 32x + 44x + 1232 = 5896$$

$$88x + 1232 = 5896$$

$$88x = 4664$$

$$x = 53$$

Es sind 53 Kinder, 106 Jugendliche und 81 Erwachsene.

oder

|             | Anzahl      | Preis/Person<br>in CHF | Einnahmen                           |
|-------------|-------------|------------------------|-------------------------------------|
| Kinder      | $0.5x$      | 12                     | $12 \cdot 0.5x = 6x$                |
| Jugendliche | $x$         | 16                     | $16x$                               |
| Erwachsene  | $0.5x + 28$ | 44                     | $44 \cdot (0.5x + 28) = 22x + 1232$ |
| Total       |             |                        | 5896                                |

Daraus ergibt sich die folgende Gleichung:

$$12 \cdot 0.5x + 16x + 44 \cdot (0.5x + 28) = 5896$$

$$6x + 16x + 22x + 1232 = 5896$$

$$44x + 1232 = 5896$$

$$44x = 4664$$

$$x = 106$$

Es sind 53 Kinder, 106 Jugendliche und 81 Erwachsene.

oder

|             | Anzahl                            | Preis/Person<br>in CHF | Einnahmen                        |
|-------------|-----------------------------------|------------------------|----------------------------------|
| Kinder      | $x - 28$                          | 12                     | $12 \cdot (x - 28) = 12x - 336$  |
| Jugendliche | $2 \cdot (x - 28)$<br>$= 2x - 56$ | 16                     | $16 \cdot (2x - 56) = 32x - 896$ |
| Erwachsene  | $x$                               | 44                     | $44x$                            |
| Total       |                                   |                        | 5896                             |

Daraus ergibt sich die folgende Gleichung:

$$12 \cdot (x - 28) + 16 \cdot (2x - 56) + 44x = 5896$$

$$12x - 336 + 32x - 896 + 44x = 5896$$

$$88x - 1232 = 5896$$

$$88x = 7128$$

$$x = 81$$

Es sind 53 Kinder, 106 Jugendliche und 81 Erwachsene.

**Aufgabe 6a**

$$\frac{2}{5} = 0.4 = 40\%$$

**2 P.***Lösungsweg:*

(M+: Schülerin hat gerne Mathematik. M–: Schülerin hat nicht gerne Mathematik.)

$$P(\text{beide M+}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$$

|          |    | Klasse A |          |          |    |    |
|----------|----|----------|----------|----------|----|----|
|          |    | M+       | M+       | M+       | M– | M– |
| Klasse B | M+ | <b>x</b> | <b>x</b> | <b>x</b> |    |    |
|          | M+ | <b>x</b> | <b>x</b> | <b>x</b> |    |    |
|          | M– |          |          |          |    |    |

**Aufgabe 6b**

$$\frac{7}{15} = 0.4\bar{6} = 46.\bar{6}\%$$

**2 P.***Lösungsweg:*

(M+: SchülerIn hat gerne Mathematik. M–: SchülerIn hat nicht gerne Mathematik.)

$$P(\text{genau einmal M+}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3}{15} + \frac{4}{15} = \frac{7}{15}$$

|          |    | Klasse A |          |          |          |          |
|----------|----|----------|----------|----------|----------|----------|
|          |    | M+       | M+       | M+       | M–       | M–       |
| Klasse B | M+ |          |          |          | <b>x</b> | <b>x</b> |
|          | M+ |          |          |          | <b>x</b> | <b>x</b> |
|          | M– | <b>x</b> | <b>x</b> | <b>x</b> |          |          |

**Aufgabe 6c****20 Schülerinnen****2 P.***Lösungsweg:*

Vor der Mathematikprüfung:  $\frac{3}{5}$  der Klasse haben gerne Mathematik.

Nach der Mathematikprüfung:  $\frac{1}{2}$  der Klasse haben gerne Mathematik.

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{6}{10} - \frac{5}{10} = \frac{1}{10}$$

$\frac{1}{10}$  entspricht 2 Schülerinnen

In der Klasse A sind somit 20 Schülerinnen.

oder

*Lösung mit einer Gleichung:*

x: Anzahl Schülerinnen in der Klasse A

$$\frac{3x}{5} - 2 = \frac{x}{2}$$

$$\frac{x}{10} = 2$$

$$x = 20$$

**Aufgabe 7****6 cm****2 P.***Mögliche Lösungswege:*

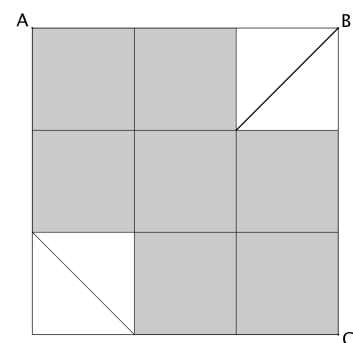
Die Figur kann in 9 gleich grosse, kleine Quadrate aufgeteilt werden.

Durch Neuordnung der weissen Dreiecke sieht man, dass die grau markierte Fläche aus 7 kleinen Quadraten besteht.

Der Flächeninhalt der 7 kleinen Quadrate entspricht  $28 \text{ cm}^2$ .

Ein kleines Quadrat hat einen Flächeninhalt von  $4 \text{ cm}^2$  und somit eine Seitenlänge von 2 cm.

Die Strecke AB misst folglich 6 cm.



oder

Wir betrachten das Quadrat mit der Seitenlänge AB:

$$\begin{aligned}\frac{7}{9} \text{ entsprechen } 28 \text{ cm}^2. & \Rightarrow \frac{9}{9} \text{ entsprechen } 36 \text{ cm}^2. \\ & (= \text{Flächeninhalt des grossen Quadrates}) \\ & \Rightarrow \overline{AB} = 6 \text{ cm}\end{aligned}$$

oder

Wir betrachten die gegebene Figur:

$$\begin{aligned}\frac{7}{9} \text{ entsprechen } 28 \text{ cm}^2. & \Rightarrow \frac{1}{9} \text{ entsprechen } 4 \text{ cm}^2. \\ & (= \text{Flächeninhalt eines kleinen Quadrates}) \\ & \Rightarrow \text{Die Seitenlänge eines kleinen Quadrates ist } 2 \text{ cm.} \\ & \Rightarrow \overline{AB} = 6 \text{ cm}\end{aligned}$$

oder

Lösung mit Hilfe einer Gleichung, z. B.:

x: Länge einer Kathete des rechtwinklig-gleichschenkligen Dreiecks

$$A = 6 \cdot A_{\text{kl. Quadrat}} + 2 \cdot A_{\text{gleichsch. Dreieck}} = 28$$

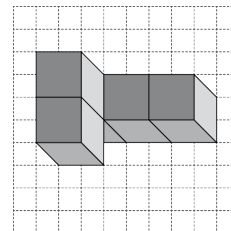
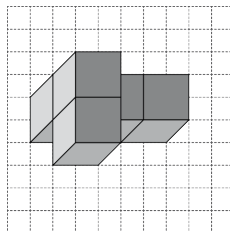
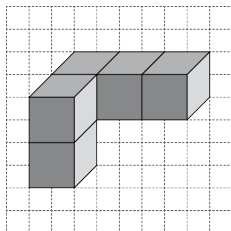
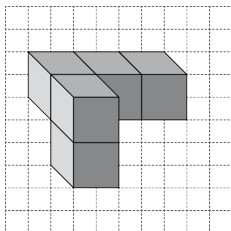
$$6 \cdot x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot x^2 = 28$$

$$7x^2 = 28$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = 6 \text{ cm}$$

**Aufgabe 8****2 P.***Mögliche Lösungen:***Aufgabe 9a****129****-112****-95****1 P.***Lösung:*

129

-112

17

-95

-78

**Aufgabe 9b** **$12a - 5b$**  **$-2a + b$**  **$3a - b$** **2 P.***Lösung:* $12a - 5b$  $-7a + 3b$  $5a - 2b$  $-2a + b$  $3a - b$ **Aufgabe 9c****5 Lösungen (s. unten)****2 P.***Lösung:*

1

4

5

9

3

3

6

9

5

2

7

9

7

1

8

9

9

0

9

9

**Aufgabe 10a**

$\sqrt{180} \approx 13.416 \text{ cm}$

**1 P.***Lösungsweg:*

$$\overline{AM_1} = \sqrt{12^2 + 6^2} = \sqrt{180} \approx 13.416 \text{ cm}$$

**Aufgabe 10b**

$\sqrt{162} \approx 12.728 \text{ cm}$

**2 P.***Lösungsweg:*

$$\overline{AC} = 12\sqrt{2} = \sqrt{288} \approx 16.971 \text{ cm}$$

$$\overline{M_1M_2} = 6\sqrt{2} = \sqrt{72} \approx 8.485 \text{ cm}$$

$$m = \frac{\overline{AC} + \overline{M_1M_2}}{2} \approx \frac{16.971 + 8.485}{2} = \frac{25.456}{2} = 12.728 \text{ cm}$$

**Aufgabe 10c**

$162 \text{ cm}^2$

**3 P.***Lösungsweg:*

$$x = (\sqrt{288} - \sqrt{72}) : 2 = \sqrt{18} \approx 4.243 \text{ cm}$$

$$h \approx \sqrt{13.416^2 - 4.243^2} = \sqrt{180 - 18} = \sqrt{162} \approx 12.728 \text{ cm}$$

$$A_{\text{Trapez}} = m \cdot h \approx 12.728 \cdot 12.728 = 162 \text{ cm}^2$$

oder

$$\begin{aligned} A_{\text{Trapez}} &= h \cdot x + h \cdot \overline{M_1M_2} \approx 12.728 \cdot 4.243 + 12.728 \cdot 8.485 \\ &= 54 + 108 = 162 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

