

Aufgabe 1: Termumformungen

(4 Punkte)

Vereinfache so weit wie möglich. Alle Variablen stehen für positive Zahlen.
Alle Endresultate müssen vollständig gekürzt werden.

a) $\frac{n+5}{6} - \frac{4n}{5}$

b) $4(2b+11) - 5(8-3b)$

c) $\sqrt{5x \cdot 5x - (4x)^2}$

d) $-\frac{k^2}{12} : \frac{3k}{4}$

Lösungen:

a) $\frac{n+5}{6} - \frac{4n}{5} = \frac{5n+25}{30} - \frac{24n}{30} = \frac{5n+25-24n}{30} = \frac{-19n+25}{30} = \frac{25-19n}{30} = \frac{-19n}{30} + \frac{5}{6} = \frac{5}{6} - \frac{19n}{30}$ (1 P)

Alle unterstrichenen Lösungen werden akzeptiert.

b) $4(2b+11) - 5(8-3b) = 8b + 44 - 40 + 15b = 23b + 4$ (1 P)

c) $\sqrt{5x \cdot 5x - (4x)^2} = \sqrt{25x^2 - 16x^2} = \sqrt{9x^2} = 3x$ (1 P)

d) $-\frac{k^2}{12} : \frac{3k}{4} = -\frac{k^2}{12} \cdot \frac{4}{3k} = -\frac{k}{9}$ (1 P)

Korrekturhinweise und Punkteverteilung:

- Für jedes richtige Endergebnis: 1 Punkt

Aufgabe 2: Termumformungen

(4 Punkte)

Vereinfache so weit wie möglich. Alle Variablen stehen für positive Zahlen.

Alle Endresultate müssen vollständig gekürzt werden.

a)
$$\frac{5a^2}{2a-2b} \cdot \frac{4a^2b-4ab^2}{25a^2b}$$

b)
$$\frac{\sqrt{32} \cdot \sqrt{2x^2y^2}}{\sqrt{4096x \cdot xy^2}} - \frac{\sqrt{16x^2}}{32x}$$

Lösungen:

a)
$$\frac{5a^2}{2a-2b} \cdot \frac{4a^2b-4ab^2}{25a^2b} = \frac{5a^2}{2(a-b)} \cdot \frac{4ab(a-b)}{25a^2b} = \frac{2a}{5} \quad (2 \text{ P})$$

b)
$$\frac{\sqrt{32} \cdot \sqrt{2x^2y^2}}{\sqrt{4096x \cdot xy^2}} - \frac{\sqrt{16x^2}}{32x} = \frac{\sqrt{64x^2y^2}}{\sqrt{4096x^2y^2}} - \frac{4x}{32x} = \frac{8xy}{64xy} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8} - \frac{1}{8} = 0 \quad (2 \text{ P})$$

Korrekturhinweise und Punkteverteilung:

- Pro Fehler ein Punkt Abzug

Aufgabe 3: Gleichungen

(4 Punkte)

Löse die Gleichungen.

a) $-7(2x - 1) + x = -7(1 - x) - 6x$

b) $\frac{8y + 4}{3} - 8y = 5\left(\frac{5}{3} - 2y\right)$

Lösungen:

a)
$$\begin{aligned} -14x + 7 + x &= -7 + 7x - 6x \\ -13x + 7 &= -7 + x \\ -14x &= -14 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

(2 P)

b)
$$\begin{aligned} \frac{8y+4}{3} - 8y &= \frac{25}{3} - 10y \\ 8y + 4 - 24y &= 25 - 30y \\ 14y &= 21 \\ y &= \frac{3}{2} = 1.5 \end{aligned}$$

(2 P)

Korrekturhinweise und Punkteverteilung:

- Pro Fehler ein Punkt Abzug
- Als Lösung bei b) kann ein ungekürzter Bruch, ein gekürzter Bruch oder eine Dezimalzahl angegeben werden.

Aufgabe 4: Textaufgabe

(4 Punkte)

Hans hat heute Geburtstag und feiert mit seinen Eltern und seinem Onkel. Der Onkel ist genau viermal so alt wie Hans. In 26 Jahren wird er nur noch doppelt so alt sein wie Hans dann. Wie alt sind Hans und sein Onkel heute?

Die volle Punktzahl erhältst du nur, wenn du die Aufgabe mit Hilfe einer Gleichung löst.

Lösungen:

x = Alter von Hans heute

$$4x + 26 = 2 \cdot (x + 26) \quad (2 \text{ P})$$

$$x = 13 \rightarrow \text{Hans ist heute 13 Jahre alt.} \quad (1 \text{ P})$$

$$4x = 52 \rightarrow \text{Der Onkel ist heute 52 Jahre alt.} \quad (1 \text{ P})$$

Korrekturhinweise und Punkteverteilung:

- Richtige Lösung ohne Gleichung oder mit falscher Gleichung: nur 2 Punkte
1 Punkt für Hans = 13
1 Punkt für Onkel = 52
- Bei einem Abschreibfehler (z.B. 25 statt 26 Jahre): 1 Punkt Abzug
- Denkfehler beim Erstellen der Gleichung
(Faktor 2 auf falscher Seite oder -26 statt $+26$):
0 Punkte für die Gleichung
- 1 Punkt: Fehlerfreies Lösen einer falschen, ähnlich schwierigen Gleichung, aber keinen 2. Punkt für das Alter des Onkels.
- Falls nur das Alter von Hans oder seinem Onkel berechnet wurde: 1 Punkt Abzug.

Aufgabe 5: Prozentrechnen

(4 Punkte)

- a) Ein Fernseher wird in einem Geschäft für CHF 499.00 verkauft. Im Preis sind die 8% Mehrwertsteuer schon inbegriffen.
Wie viele Franken beträgt die Mehrwertsteuer?
- b) Der Einzelpreis einer Tageszeitung, die sechsmal pro Woche erscheint, beträgt CHF 3.80.
- b1) Ein Probeabo für fünf Wochen kostet CHF 50.00.
Wie viel Prozent Rabatt erhält ein Kunde, der ein Probeabo wählt?
- b2) Wie teuer müsste ein Probeabo für 15 Wochen sein, wenn der Kunde 60% Rabatt auf den Einzelpreis erhalten soll?

Lösungen:

a) $499 \cdot \frac{8}{108} = 36.963$

Der Betrag der Mehrwertsteuer ist 36.96 Franken

(1 P)

(Kein Abzug bei Rundungsfehlern, bzw. fürs Aufrunden auf 37 Fr.)

b1) Einzelpreise für 5 Wochen: $6 \cdot 5 \cdot 3.80 = 114$ und Rabatt: 64 Fr.

(1 P)

Rabatt in Prozent: $\frac{64}{114} \cdot 100\% = 56.14\%$

(1 P)

2. Lösungsweg:

Einzelpreis bei Probeabo: $\frac{50}{30} = 1.67 \text{ Fr.}$

$\frac{1.67 \text{ Fr.}}{3.80 \text{ Fr.}} \cdot 100\% = 43.86\%$

(1 P)

$100\% - 43.86\% = 56.14\%$

(1 P)

Korrekturhinweise:

- Für den folgenden unvollständigen Lösungsweg gibt es 1 Punkt:
Einzelpreise für 5 Wochen: $6 \cdot 5 \cdot 3.80 = 114$ und 50 Fr. sind 43.86%
Die Berechnung von 114 Fr. ergibt alleine noch keinen Punkt.

b2) Einzelpreise für 15 Wochen: $6 \cdot 15 \cdot 3.80 = 342$

Probeabo-Preis: $0.40 \cdot 342 = 136.80$ Franken

(1 P)

2. Lösungsweg:

reduzierter Preis pro Stück: $0.4 \cdot 3.80 = 1.52$

(1 P)

$6 \cdot 15 \cdot 1.52 = 136.80 \text{ Fr.}$

Korrekturhinweise und Punkteverteilung:

- Kein Abzug bei Rundungsfehlern und fürs Runden auf ganze Franken.
- Kein Abzug bei fehlendem Antwortsatz oder fehlender Währungsangabe.

Aufgabe 6: Funktionale Zusammenhänge

(4 Punkte)

Die Talstation der Jungfraujoebahn auf der kleinen Scheidegg liegt 2061 Meter über Meer, die Bergstation liegt 3454 Meter über Meer. Die Fahrt dauert 35 Minuten.

- Um wie viele Meter steigt der Zug durchschnittlich pro Minute?
- Wie viele Meter über Meer befindet sich der Zug 30 Minuten nach Abfahrt?
(Vorausgesetzt, dass der Zug pro Minute immer um gleich viele Meter steigt.)
- Der Zug befindet sich nach x Minuten auf einer Höhe von y Metern über Meer.
Gib eine Formel (Funktionsgleichung) an, mit der du y mit Hilfe von x berechnen kannst.

$y = \dots\dots\dots$

- Wie viele Minuten nach der Abfahrt ist der Zug auf einer Höhe von 3000 Metern über Meer?
(Den Punkt erhältst du nur, wenn du mit der in c) gefundenen Formel eine Gleichung aufstellst und diese löst.)

Lösungen:

- $(3454 - 2061) : 35 = 39.8 \rightarrow$ Der Zug steigt 39.8 m pro Minute (1 P)
- $Höhe = 30 \cdot 39.8 + 2061 = 3255 \rightarrow$ Der Zug befindet sich 3255 m ü. M. (1 P)
- $y = 39.8x + 2061$ oder $y = 2061 + x \cdot 39.8$ (1 P)
- $3000 = 39.8x + 2061$
 $939 = 39.8x$
 $23.59 = x$
Nach 23.59 min befindet sich der Zug auf einer Höhe von 3000 Metern über Meer. (1 P)

Korrekturhinweise und Punkteverteilung:

- Kein Fehler für fehlende Einheiten.
- Kein Fehler für Rundungsfehler, bzw. gerundete Werte
- Kein Abzug bei fehlendem Antwortsatz oder fehlende Einheit.

Aufgabe 7: Wahrscheinlichkeitsrechnung

(4 Punkte)

Die folgenden Teilaufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden.

- Es wird ein Zufallsexperiment mit einem üblichen Spielwürfel durchgeführt. Bei 10 von 80 Würfeln erscheint die Zahl 6. Wie gross ist die relative Häufigkeit der Zahl 6 bei diesem Zufallsexperiment?
- An einer Tombola sind 60 Lose von 1 bis 60 nummeriert. Du ziehst blind ein Los. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die Nummer dieses Loses durch 7 teilbar ist.
- Ein Glücksrad hat fünf verschiedenfarbige und unterschiedlich grosse Felder: Das Glücksrad bleibt mit einer Wahrscheinlichkeit von 15% im gelben Feld stehen. Du drehst zweimal. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass das Glücksrad beide Male nicht im gelben Feld stehen bleibt.
- In einer Urne befinden sich drei grüne und fünf blaue Kugeln. Du ziehst gleichzeitig zwei Kugeln. Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben beide Kugeln die gleiche Farbe?

Lösungen:

- $\frac{10}{80} = \frac{1}{8} = 12.5\%$ (1 P)
- $\frac{8}{60} = \frac{2}{15} = 13.33\%$ (1 P)
- $0.85 \cdot 0.85 = 0.7225 = 72.25\%$ (1 P)
- $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} + \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{26}{56} = \frac{13}{28} = 0.4643 = 46.43\%$ (1 P)

Korrekturhinweise und Punkteverteilung:

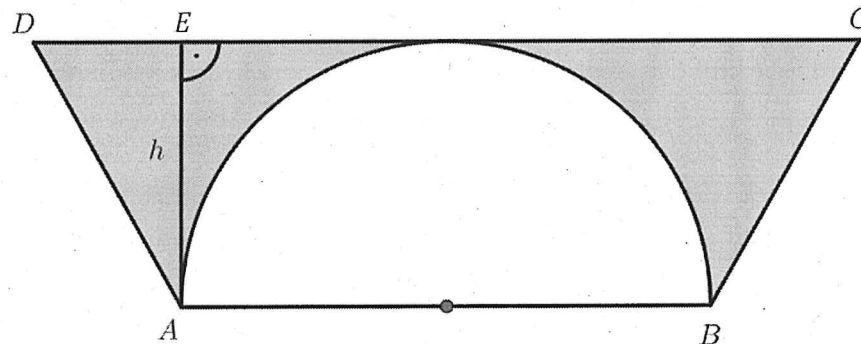
- Als Lösung kann ein Bruch (auch ungekürzt), eine Dezimalzahl oder eine Prozentzahl angegeben werden. Rundungsfehler geben keinen Abzug.

Aufgabe 8: Geometrie in der Ebene

(4 Punkte)

Im abgebildeten gleichschenkligen Trapez ABCD gilt $\overline{CD} = 14 \text{ cm}$ und $h = 4 \text{ cm}$.
Ausserdem ist CD eine Tangente des Halbkreises.

Die beiden Teilaufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden.



- Berechne den **Flächeninhalt** der grau hervorgehobenen Figur.
- Berechne den **Umfang** der grau hervorgehobenen Figur.

Lösungen:

a) $\overline{AB} = 2 \cdot h = 8 \text{ cm}$
 $A = \frac{14 \text{ cm} + 8 \text{ cm}}{2} \cdot 4 \text{ cm} - \frac{\pi \cdot (4 \text{ cm})^2}{2} \approx 18.87 \text{ cm}^2$ (2 P)

Wer nur die Trapezfläche ($A = \frac{14 \text{ cm} + 8 \text{ cm}}{2} \cdot 4 \text{ cm} = 44 \text{ cm}^2$) oder nur die Halbkreisfläche ($A = \frac{\pi \cdot (4 \text{ cm})^2}{2} \approx 25.13 \text{ cm}^2$) richtig berechnet hat: 1 Punkt

b) $\overline{DE} = (14 \text{ cm} - 8 \text{ cm}) : 2 = 3 \text{ cm}$ } (1 P)
 $\overline{AD} = \sqrt{(3 \text{ cm})^2 + (4 \text{ cm})^2} = 5 \text{ cm}$ }
 $u = 4\pi + 5 \text{ cm} \cdot 2 + 14 \text{ cm} \approx 36.57 \text{ cm}$ (1 P)

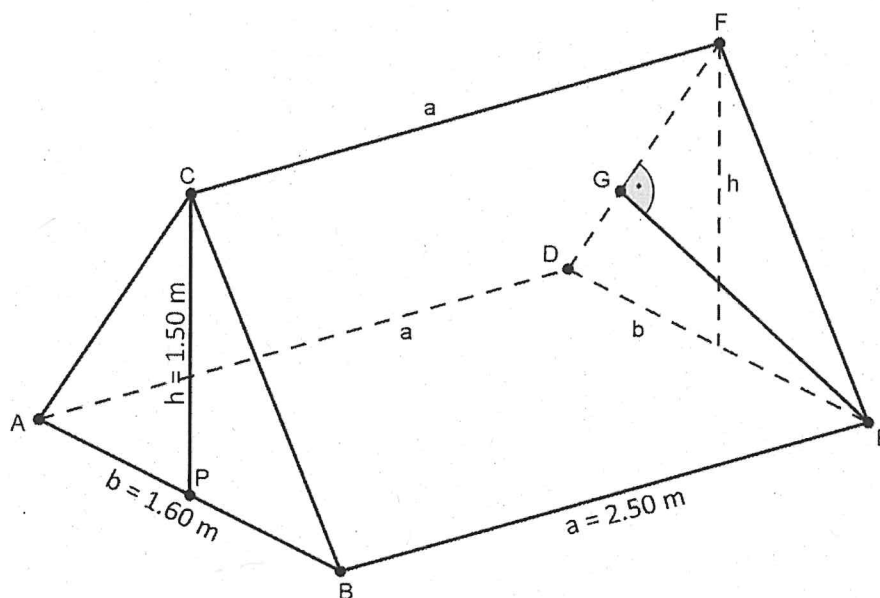
Korrekturhinweise und Punkteverteilung:

- Fehlende Einheiten ergeben keinen Abzug.
- Pro Fehler 1 Punkt Abzug

Aufgabe 9: Geometrie im Raum

(4 Punkte)

Ein Zelt hat die Form eines liegenden dreiseitigen Prismas. Es ist 2.50 m lang, 1.60 m breit und 1.50 m hoch. Der Fusspunkt P der Höhe h liegt in der Mitte der Strecke $\overline{AB}$.



- Berechne das Volumen des Zeltes.
- Berechne die Länge der Strecke $\overline{AC}$.
- Auf der Rückseite des Zeltes wird eine Schnur von der Ecke E senkrecht zur Seite DF gespannt. Wie lang ist diese Verbindung $\overline{EG}$?

Lösungen:

$$a) \quad V = \frac{b \cdot h}{2} \cdot a = \frac{1.60m \cdot 1.50m}{2} \cdot 2.50m = 3m^3 \quad (1 \text{ P})$$

$$b) \quad \overline{AC} = \sqrt{(0.80m)^2 + (1.50m)^2} = 1.7m \quad (1 \text{ P})$$

$$c) \quad A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{\overline{DF} \cdot \overline{EG}}{2} \rightarrow \overline{EG} = \frac{b \cdot h}{\overline{DF}} = \frac{1.60m \cdot 1.50m}{1.7m} = 1.41m \quad (2 \text{ P})$$

Für die richtige Idee und anschliessend 1 Fehler: 1 Punkt

Für die richtige Idee und anschliessend mehr als 1 Fehler: 0 Punkte

Falsche Idee: 0 Punkte

Korrekturhinweise und Punkteverteilung:

- Rundungsfehler ergeben keinen Punktabzug.
- Fehlende Einheiten ergeben keinen Abzug.

