

Aufgabe 1: Termumformungen

(4 Punkte)

Vereinfache so weit als möglich. Gib das Ergebnis als **einen** vollständig gekürzten Bruch an.

a) $\frac{5m}{3} - \frac{1}{2} \left(\frac{4m}{5} - \frac{2}{3} \right)$

b) $\frac{10 + 5x}{15x + 3} : \frac{3x + 6}{-5x - 1}$

Lösungen:

a)

$$\frac{5m}{3} - \frac{1}{2} \left(\frac{4m}{5} - \frac{2}{3} \right) = \frac{5m}{3} - \frac{4m}{10} + \frac{2}{6} = \frac{5m}{3} - \frac{2m}{5} + \frac{1}{3} = \frac{25m}{15} - \frac{6m}{15} + \frac{5}{15} = \frac{19m + 5}{15}$$

Punkteverteilung:

2P: korrekte Lösung $\frac{19m+5}{15}$ (auch wenn der Bruch nachher noch auseinandergenommen wurde)

1P: Lösung als Summe von zwei Brüchen $\left(\frac{19m}{15} + \frac{1}{3} \right)$ oder nicht gekürzt $\left(\frac{38m+10}{30} \right)$ oder beides $\left(\frac{38m}{30} + \frac{10}{30} \right)$ oder eine Mischform.

1P: Klammer korrekt aufgelöst: $\frac{5m}{3} - \frac{4m}{10} + \frac{2}{6}$ (danach aber irgendwo mind. 1 Fehler)

1P: Operationszeichen beim Auflösen der Klammer nicht gewechselt, sonst korrekt: $\frac{19m-5}{15}$

1P: auf eine andere Art genau ein Fehler

0P: sonst

Lösungen:

b)

$$\frac{10 + 5x}{15x + 3} : \frac{3x + 6}{-5x - 1} = \frac{10 + 5x}{15x + 3} \cdot \frac{-5x - 1}{3x + 6} = \frac{5(2 + x)}{3(5x + 1)} \cdot \frac{-1(5x + 1)}{3(x + 2)} = \frac{5}{3} \cdot \frac{-1}{3} = -\frac{5}{9}$$

Punkteverteilung:

2P: korrekte Lösung $\left(-\frac{5}{9} \text{ oder } \frac{-5}{9} \text{ oder } \frac{5}{-9} \right)$

1P: Multiplikation mit Kehrwert und alles korrekt ausgeklammert $\left(\frac{5(2+x)}{3(5x+1)} \cdot \frac{-1(5x+1)}{3(x+2)} \right)$

1P: nur eine der beiden Klammern gekürzt, Zahlen korrekt zus'gefasst $\left(\frac{-5(2+x)}{9(x+2)} \right)$ oder $\frac{5(-5x-1)}{9(5x+1)}$

1P: auf eine andere Art in genau einem Schritt ein Fehler (Schritte: Multipl. mit Kehrwert, jeden Zähler und Nenner ausklammern (sind 4 Schritte), $(x+2)$ kürzen, $(5x+1)$ kürzen, zusammenfassen)

0P: sonst

Aufgabe 2: Termumformungen

(4 Punkte)

Vereinfache so weit als möglich. Die Variablen stehen für positive Zahlen.

a) $\sqrt{18x} \cdot \sqrt{50x} - \frac{\sqrt{180x^2}}{\sqrt{20}}$

b) $\frac{28a - 3a \cdot 5 + 13}{\sqrt{144a^2 + 25a^2}}$

Lösungen:

a)

$$\sqrt{18x} \cdot \sqrt{50x} - \frac{\sqrt{180x^2}}{\sqrt{20}} = \sqrt{18 \cdot 50 \cdot x^2} - \sqrt{\frac{180x^2}{20}} = \sqrt{900x^2} - \sqrt{9x^2} = 30x - 3x = 27x$$

Punkteverteilung:

2P: korrekte Lösung: $27x$, auch bei anderem Weg (z.B. mit TR die Wurzeln ausgerechnet)

1P: Wenn mit TR die Wurzeln ausgerechnet und sich ein Rundungsfehler einschleicht, z.B. $26.9x$

1P: beide Summanden richtig vereinfacht: $\sqrt{900x^2} - \sqrt{9x^2}$, danach mind. ein Fehler

1P: auf irgendeine Art genau ein Fehler

0P: mindestens 2 Fehler oder ein völlig falscher Weg

Lösungen:

b)

$$\frac{28a - 3a \cdot 5 + 13}{\sqrt{144a^2 + 25a^2}} = \frac{28a - 15a + 13}{\sqrt{169a^2}} = \frac{13a + 13}{13a} = \frac{a+1}{a} = 1 + \frac{1}{a}$$

Punkteverteilung:

2P: korrekte Lösung ($\frac{a+1}{a}$ oder $1 + \frac{1}{a}$)

1P: korrekte Lösung falsch weiter bearbeitet

1P: Bruch nicht gekürzt ($\frac{13a+13}{13a}$)

1P: Wurzel einzeln gezogen, Rest richtig: $\frac{13a+13}{17a}$

1P: Punkt vor Strich missachtet, Rest richtig: $\frac{125a+13}{13a}$ oder ($\frac{25a \cdot 18}{13a} =$) $\frac{450}{13}$

1P: auf eine andere Art genau ein Fehler

0P: sonst

Aufgabe 3: Gleichungen

(4 Punkte)

Gib die Lösungen der Gleichungen an. Brüche müssen vollständig gekürzt werden.

a) $2y - (24 - 4y) + 3(5y + 4) = -40 - 7(2 + 3y)$

b) $\frac{a}{7} - \frac{15 - 6a}{28} = \frac{6a - 5}{4} + 1$

Lösungen:

a)

$$\begin{aligned}2y - (24 - 4y) + 3(5y + 4) &= -40 - 7(2 + 3y) \\2y - 24 + 4y + 15y + 12 &= -40 - 14 - 21y \\21y - 12 &= -54 - 21y \\42y &= -42 \\y &= -1\end{aligned}$$

Punkteverteilung:

2P: korrekte Lösung mit korrektem Lösungsweg: $y = -1$

1P: alle Klammern richtig aufgelöst $2y - 24 + 4y + 15y + 12 = -40 - 14 - 21y$, danach mind. ein Fehler

1P: auf irgendeine Art genau ein Fehler

0P: mindestens 2 Fehler oder ein völlig falscher Weg

2 Varianten für 1P:

$$\begin{aligned}2y - 24 + 4y + 15y + 12 &= -40 - 14 + 21y \\21y - 12 &= -54 + 21y \\-12 &= -54 \\&\text{keine Lösung}\end{aligned}$$

(wenn "keine Lösung" nicht steht, gibt es 0P)

$$\begin{aligned}2y - 24 - 4y + 15y + 12 &= -40 - 14 - 21y \\13y - 12 &= -54 - 21y \\34y &= -42 \\y &= -\frac{42}{34} \\y &= -\frac{21}{17}\end{aligned}$$

eine Variante für 0P:

$$2y - 24 - 4y + 15y + 12 = -40 - 14 + 21y$$

egal wie weiter

Lösungen:

b)

$$\begin{aligned}\frac{a}{7} - \frac{15 - 6a}{28} &= \frac{6a - 5}{4} + 1 \\ \frac{4a}{28} - \frac{15 - 6a}{28} &= \frac{42a - 35}{28} + \frac{28}{28} \\ 4a - 15 + 6a &= 42a - 35 + 28 \\ 10a - 15 &= 42a - 7 \\ -8 &= 32a \\ \frac{8}{32} &= a \\ a &= -\frac{1}{4}\end{aligned}$$

Punkteverteilung:

2P: korrekte Lösung mit richtigem Lösungsweg ($a = -\frac{1}{4}$)

1P: $4a - 15 + 6a = 42a - 35 + 28$ oder $\frac{4a-15+6a}{28} = \frac{42a-35+28}{28}$

(Hauptnenner richtig, Klammer gesetzt beim Auflösen des Bruchstrichs, Klammer richtig gelöst)

1P: Lösung nicht gekürzt und/oder Minus verloren ($a = -\frac{8}{32}$, $a = \frac{8}{32}$, $a = \frac{1}{4}$)

1P: auf eine andere Art genau ein Fehler (in einem Schritt von einer Zeile zur nächsten können auch mehrere Fehler gemacht werden, z.B. falsch erweitert und die 1 nicht erweitert)

0P: mindestens zwei Fehler oder völlig falscher Lösungsweg

Aufgabe 4: Textaufgabe

(4 Punkte)

Für ein kleines Open-Air kostete das 1-Tages-Ticket Fr. 60.– und das Gesamt-Ticket Fr. 140.–. Insgesamt 562 Personen kauften ein Ticket. Der Veranstalter nahm damit Fr. 63'960.– ein. Wie viele Besucher kauften ein 1-Tages-Ticket und wie viele ein Gesamt-Ticket?

Die volle Punktzahl erhältst du nur, wenn du die Aufgabe mit Hilfe einer Gleichung löst.

Lösungen:

a)

$$x + y = 562 \Leftrightarrow x = 562 - y$$

$$x \cdot 60.- Fr./P. + y \cdot 140.- Fr./P. = 63'960.- Fr.$$

$$(562 P. - y) \cdot 60.- Fr./P. + y \cdot 140.- Fr./P. = 63'960.- Fr.$$

$$33'720.- Fr. - y \cdot 60.- Fr./P. + y \cdot 140.- Fr./P. = 63'960.- Fr.$$

$$y \cdot 80.- Fr./P. = 30'240.- Fr.$$

$$y = 378 P.$$

$$x = 184 P.$$

Punkteverteilung:

4P: wenn alles komplett richtig

Pro Fehler ein Punkt Abzug.

1P: wenn wie in den Lösungen die ersten zwei Gleichung vorhanden sind, aber diese noch nicht kombiniert sind,

2P: wenn die beiden vorherigen Gleichungen in eine Gleichung mit einer Unbekannten zusammengefasst sind.

3P: wenn die Besucheranzahl von einer der beiden Kategorien gelöst ist

2P: wenn die Aufgabe ohne Gleichung richtig gelöst wurde

0P: wenn aus einer komplett falschen Besucheranzahl einer Kategorie die Besucheranzahl der anderen Kategorie richtig berechnet wird

Aufgabe 5: Prozentrechnen

(4 Punkte)

- a) Das Verhältnis von „Ja“- zu „Nein“-Stimmen war 4 zu 1. Wie viel Prozent „Ja“- Stimmen waren das?
- b) In der Autogarage Meier wird dem Kunden, wenn er innert zwei Wochen bezahlt, 10 % Rabatt und anschliessend noch 2 % Skonto gewährt. Wenn der Kunde aber innert einer Woche bezahlt, bekommt er 11 % Rabatt und anschliessend 1 % Skonto. So muss der Kunde Fr. 27.- weniger bezahlen. Berechne den Bruttopreis.

Lösungen:

- a) 80% (1P)
- b) 10% und 2%: Faktor 0.882 → Betrag Fr. 100.- einsetzen => Fr. 88.2 (1P)
11% und 1%: Faktor 0.8811 → Betrag Fr. 100.- einsetzen => Fr. 88.11
Differenz beträgt Fr. 0.09 (1P)
Fr. 100 – Fr. 0.09
x – Fr. 27.-
x = Fr. 30'000.- (1P)

Korrekturhinweise:

- Pro Fehler einen Punkt Abzug. Folgefehler geben trotzdem Punkte.
- Faktor 0.882 oder 0.8811 ergibt noch keinen Punkt.
- Weglassen der Währung ergibt keinen Abzug.
- Gleichung: $x \cdot 0.90 \cdot 0.98 = x \cdot 0.89 \cdot 0.99 + 27$ (2P)
Lösung der Gleichung: **x = Fr. 30'000.-** (1P)
- Falsche Gleichung: $x \cdot 0.90 \cdot 0.98 + 27 = x \cdot 0.89 \cdot 0.99$ (1P)
Gleichung korrekt gelöst: **x = -30'000** (1P)

Aufgabe 6: Funktionale Zusammenhänge

(4 Punkte)

Hans hat für ein vierzehntägiges Ferienlager Fr. 260. – Sackgeld gespart. Er will davon jeden Tag gleich viel Geld ausgeben, nämlich den maximal möglichen ganzzahligen Frankenbetrag.

a) Wie viel Geld hat er am Ende noch übrig?

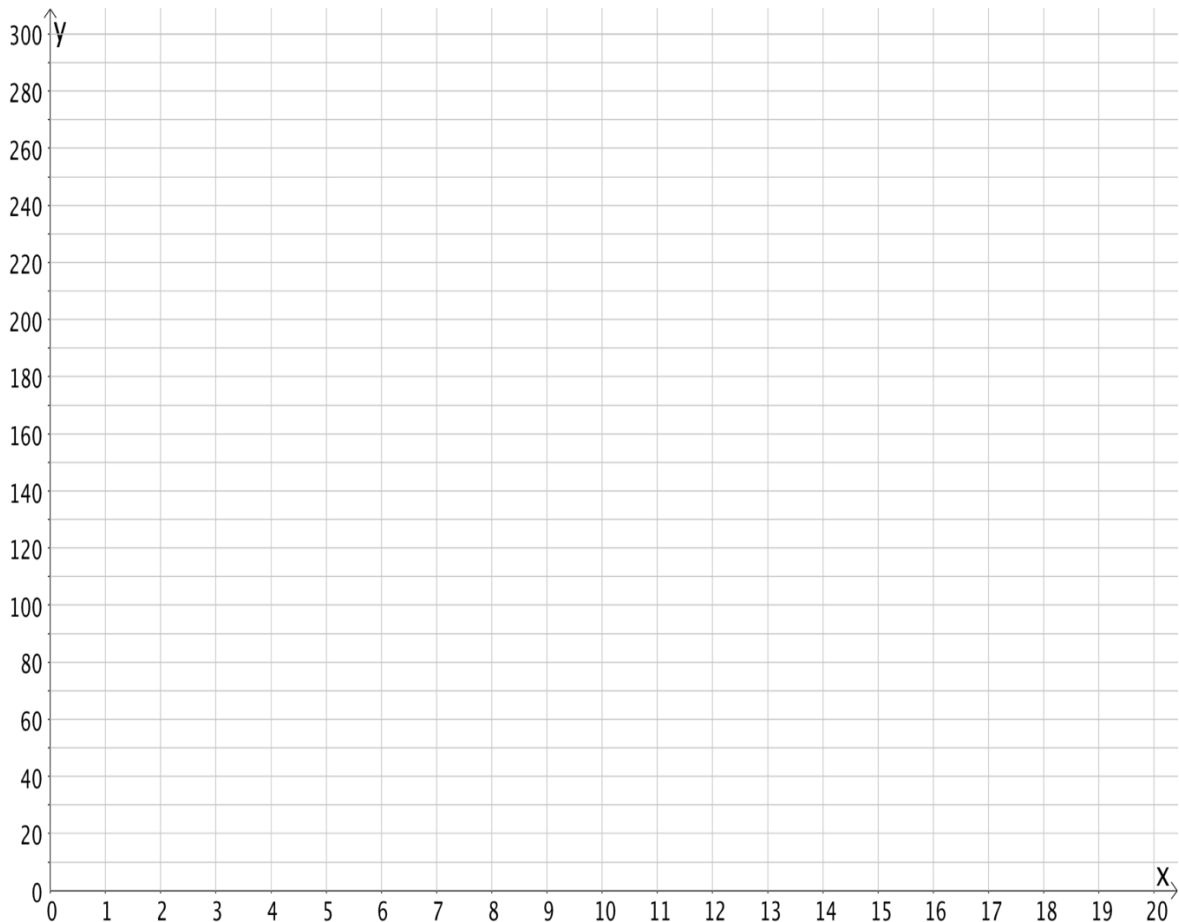
b) Vervollständige die Wertetabelle:

Tag	0	1	7	10
Übriges Sackgeld	260			

c) Gib eine Formel an, die den Zusammenhang zwischen den vergangenen Tagen (x) und dem noch übrigen Sackgeld (y) beschreibt.

$y = \dots\dots\dots$

d) Zeichne den passenden Graphen in das Koordinatensystem ein.



Lösungen:

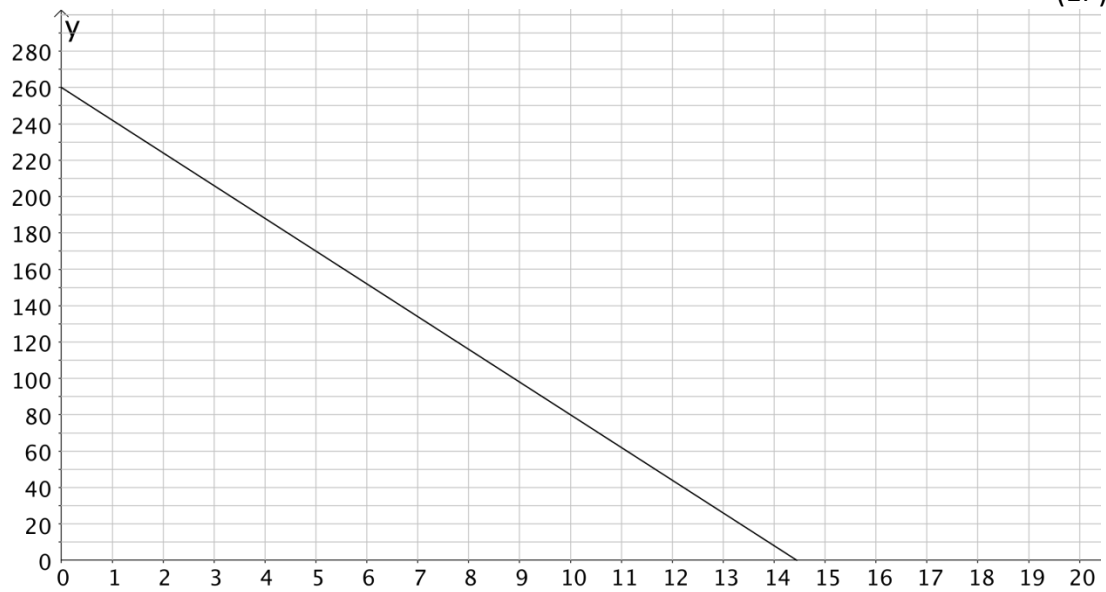
a) $256:14 = 18$ Rest 8
Er hat noch 8 CHF übrig. (1P)

b) (1P)

Tag	0	1	7	10
Übriges Geld	260	242	134	80

c) $y = 260 - 18x$ (1P)

d) (1P)



Bemerkung: Der Graph kann auch diskret oder als Treppenfunktion eingezeichnet werden.

Aufgabe 7: Wahrscheinlichkeitsrechnung

(4 Punkte)

Die folgenden Teilaufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden.

- a) In einer Urne hat es 21 Kärtchen mit den Zahlen 1 bis 21. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass du beim ersten Zug ein Kärtchen mit einer geraden Zahl darauf ziehst.
- b) Eine Geldmünze wird fünfmal geworfen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Ergebnis immer „Kopf“ ist?
- c) Ein Topf enthält vier rote und fünf grüne Kugeln. Du ziehst nacheinander zwei Kugeln. Nach der ersten Ziehung legst du die gezogene Kugel wieder zurück. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass du zweimal hintereinander eine grüne Kugel ziehst.
- d) Ein Topf enthält vier rote und fünf grüne Kugeln. Du ziehst nacheinander zwei Kugeln. Berechne die Wahrscheinlichkeit zweimal hintereinander eine grüne Kugel zu ziehen, wenn du die Kugel nach der ersten Ziehung **nicht** zurücklegst.

Lösungen:

- a) $\frac{10}{21} = 47.62\%$ (1P)
- b) $\frac{1}{32} = 3.13\%$ (1P)
- c) $\frac{25}{81} = 30.86\%$ (1P)
- d) $\frac{5}{18} = 27.78\%$ (1P)

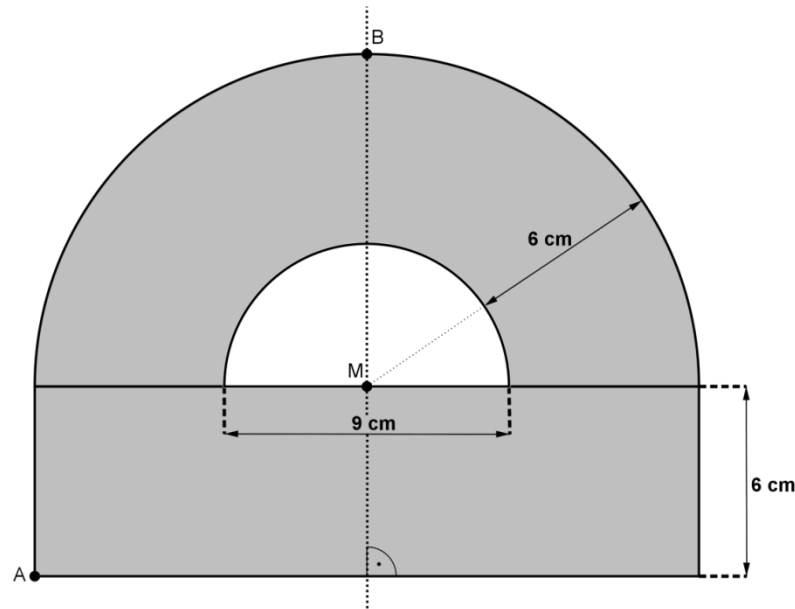
Korrekturhinweise:

- Das Ergebnis kann als Dezimalzahl, als gekürzter Bruch oder als Prozentzahl angegeben werden.
- Das Ergebnis kann beliebig gerundet werden.
- Falls die Ergebnisse von c) und d) vertauscht sind, dann 1 Punkt für beide Aufgaben zusammen. Falls bei c) das Ergebnis von d) steht und d) nicht gelöst oder falsch gelöst wurde: 0 Punkte.

Aufgabe 8: Geometrie

(4 Punkte)

Diese achsensymmetrische Figur ist aus einem Rechteck und einem halben Kreisring zusammengesetzt.



- Wie weit ist der Punkt A vom Punkt B entfernt?
- Berechne den Inhalt der grau gefärbten Fläche.

Lösungen:

- $\sqrt{(4.5 + 6)^2 + (6 + 4.5 + 6)^2} = \sqrt{10.5^2 + 16.5^2} = 19.56 \text{ cm}$ (2P)
- $6 \cdot 21 + 0.5 \cdot \pi \cdot 10.5^2 - 0.5 \cdot \pi \cdot 4.5^2 = 267.37 \text{ cm}^2 (= 45 \pi \text{ cm}^2)$ (2P)

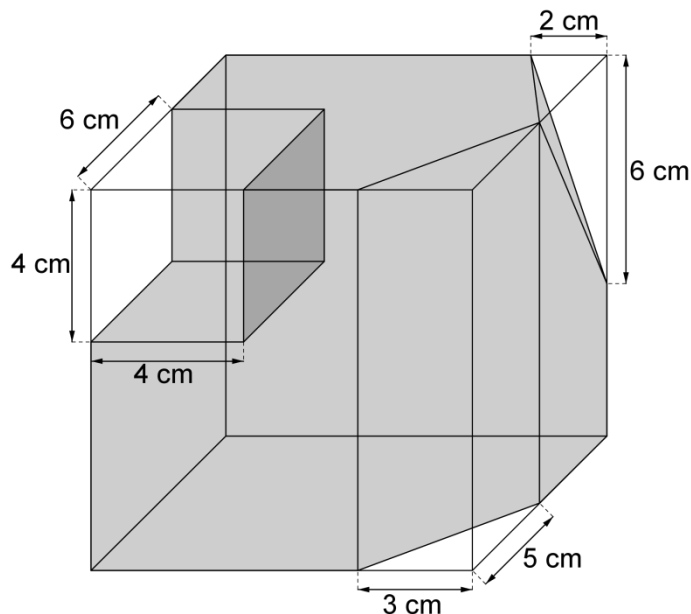
Korrekturhinweise:

- Pro Fehler einen Punkt Abzug. Folgefehler geben trotzdem Punkte.
 - Falls Ergebnis ohne Einheit: kein Abzug.
Falls Ergebnis mit falscher Einheit oder falsch umgerechnet: Punktabzug.
- Notwendige Längen korrekt berechnet (10.5 und 16.5): (1P)
Endergebnis: (1P)
Falls 1 Strecke falsch berechnet, das Endergebnis (Folgefehler) richtig, total: (1P)
Falls beide Strecken falsch berechnet, Endergebnis (Folgefehler) richtig, total: (0P)
 - Alle drei Teilflächen korrekt berechnet: (1P)
Endergebnis: (1P)
Falls max. 1 Fläche falsch berechnet, das Endergebnis (Folgefehler) richtig, total: (1P)
Falls mehr als 1 Fläche falsch berechnet, Endergebnis (Folgefehler) richtig, total: (0P)

Aufgabe 9: Geometrie

(4 Punkte)

Beim unten abgebildeten Würfel mit der Seitenlänge 10 cm sind ein gerades Prisma, eine Pyramide und ein Quader herausgeschnitten. Wie gross ist das Volumen des Restkörpers?



Lösungen:

Volumen des Würfels:	$10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$	}	(1P)
Volumen des Quaders:	$4 \cdot 4 \cdot 6 = 96$		
Volumen des Prismas:	$(3 \cdot 5) : 2 \cdot 10 = 75$		(1P)
Volumen der Pyramide:	$((2 \cdot 5) : 2 \cdot 6) : 3 = 10$		(1P)
Volumen des Körpers:	$1000 \text{ cm}^3 - 96 \text{ cm}^3 - 75 \text{ cm}^3 - 10 \text{ cm}^3 = 819 \text{ cm}^3$		(1P)

Korrekturhinweise:

- Pro Fehler ein Punkt Abzug
- Falls Ergebnis ohne Einheit: kein Abzug.
Falls Ergebnis mit falscher Einheit oder falsch umgerechnet: Punktabzug.