Aufgabe 1a **$a + 3$** **2 P.**

Lösungsweg:

$$\frac{4a+8}{4}+\frac{2a}{6}-\frac{a-3}{3}=\frac{12a+24+4a-4a+12}{12}=\frac{12a+36}{12}=\frac{12(a+3)}{12}=a+3$$

oder

$$\frac{4a+8}{4}+\frac{2a}{6}-\frac{a-3}{3}=\frac{4(a+2)}{4}+\frac{2a}{6}-\frac{a}{3}+\frac{3}{3}=a+2+\frac{a}{3}-\frac{a}{3}+1=a+3$$

oder

$$\frac{4a+8}{4}+\frac{2a}{6}-\frac{a-3}{3}=\frac{4(a+2)}{4}+\frac{a}{3}-\frac{a-3}{3}=a+2+\frac{a}{3}-\frac{a-3}{3}$$

$$=\frac{3a+6+a-a+3}{3}=\frac{3a+9}{3}=a+3$$

Teilpunkt:

1 P. für einen korrekten gleichnamigen und klammerfreien Term, z. B. für $\frac{12a+24+4a-4a+12}{12}$ oder für $\frac{3a+6+a-a+3}{3}$

oder

1 P. für das korrekte Kürzen des gegebenen Terms, d. h. für $a+2+\frac{a}{3}-\left(\frac{a}{3}-1\right)$

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Bemerkung:
Um den ersten Teilpunkt zu erhalten, müssen die Brüche gleichnamig gemacht sein *und zudem* muss das Minuszeichen vor dem letzten Bruch «aufgelöst» worden sein.
Die zwar richtigen Zwischenresultate $\frac{12a+24}{12}+\frac{4a}{12}-\frac{4a-12}{12}$ oder $\frac{12a+24+4a-(4a-12)}{12}$ ergeben somit noch keinen Punkt.

Aufgabe 1b $\mathbf{\frac{2}{3}}$ **2 P.**

Lösungsweg:

$$\frac{\sqrt{(3a)^2+16a^2}}{2a^2}:\frac{15}{4a}=\frac{\sqrt{25a^2}}{2a^2}:\frac{15}{4a}=\frac{5a}{2a^2}:\frac{15}{4a}=\frac{5}{2a}\cdot\frac{4a}{15}=\frac{1}{1}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$$

oder

$$\frac{\sqrt{(3a)^2+16a^2}}{2a^2}:\frac{15}{4a}=\frac{\sqrt{(3a)^2+16a^2}}{2a^2}\cdot\frac{4a}{15}=\frac{\sqrt{(3a)^2+16a^2}}{a}\cdot\frac{2}{15}$$

$$=\frac{\sqrt{25a^2}}{a}\cdot\frac{2}{15}=\frac{5a}{a}\cdot\frac{2}{15}=\frac{1}{1}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$$

Teilpunkt:

1 P. für das korrekte Berechnen des Wurzelterms, das heisst für $\sqrt{(3a)^2+16a^2}=5a$

oder

1 P. für den Term $\frac{\sqrt{(3a)^2+16a^2}}{a}\cdot\frac{2}{15}$

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Aufgabe 2a **$x = -7$** **2 P.**

Lösungsweg:

$$7x - 3(5x - 16) = 104$$
$$7x - 15x + 48 = 104$$
$$-8x = 56$$
$$x = -7$$

Teilpunkt:

1 P. für eine korrekte klammerfreie Gleichung wie z. B.
$7x - 15x + 48 = 104$ oder $-8x + 48 = 104$

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Aufgabe 2b **$x = \frac{5}{6}$** **2 P.**

Lösungsweg:

$$3 \cdot \left(x - \frac{5}{18}\right) = \frac{10x - 5}{2}$$

$$3x - \frac{5}{6} = \frac{10x - 5}{2}$$

$$\frac{18x}{6} - \frac{5}{6} = \frac{30x - 15}{6}$$

$$18x - 5 = 30x - 15$$

$$12x = 10$$

$$x = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

Teilpunkt:

1 P. für eine korrekte klammer- und nennerfreie Gleichung wie z. B.
$18x - 5 = 30x - 15$

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Aufgabe 3a **17%** **1 P.**

Lösungsweg:

$$\frac{38\,025}{32\,500} = 1.17$$

$$(1.17 - 1) \cdot 100 = 17\,\%$$

Das Auto war ursprünglich 17 % teurer.

---

kein Teilpunkt

Aufgabe 3b **CHF 27 500** **2 P.**

Lösungsweg:

$x \cdot 1.32 \cdot 0.68 = 24\,684 \quad \Leftrightarrow \quad x = 27\,500$ CHF

oder

$24\,684 : \frac{68}{100} = 36\,300$ CHF	Preis des Autos vor der Preisreduktion und nach der Preiserhöhung
$36\,300 : \frac{132}{100} = 27\,500$ CHF	ursprünglicher Preis des Autos vor der Preiserhöhung

---

Teilpunkt:

1 P. für den korrekten Preis des Autos vor der Preisreduktion (und nach der Preiserhöhung), d. h. für CHF 36 300

oder

1 P. für die korrekte Gleichung $x \cdot 1.32 \cdot 0.68 = 24\,684$

oder

1 P. für die korrekte Durchführung aller Rechenschritte mit höchstens einem Fehler

Bemerkungen:

- Das Endresultat CHF 24 684 ergibt 0 Punkte.
- Da nicht ausgeschlossen werden kann, dass der Schüler weiss, dass die Reihenfolge von Preiserhöhung und -reduktion vertauschbar ist, wird bei dem untenstehenden falschen Lösungsweg ebenfalls die volle Punktzahl vergeben.

  Falscher Lösungsweg mit richtigem Schlussresultat:

  132% ≙ CHF 24 684
  100% ≙ CHF 18 700
  68% ≙ CHF 18 700
  100% ≙ CHF 27 500

Aufgabe 4a **96 cm^3** **3 P.**

Lösungsweg:

$S_{Quader} = 2 \cdot (a \cdot 3a + 3a \cdot 4a + a \cdot 4a) = 38a^2 = 152\text{ cm}^2$

$a = 2\text{ cm}$

$V_{Quader} = 4a \cdot 3a \cdot a = 12a^3$

für $a = 2$ cm folgt somit: $V_{Quader} = 8 \cdot 6 \cdot 2 = 96\text{ cm}^3$

Teilpunkte:

1 P. für den korrekten Oberflächeninhalt des Quaders, d. h. für $S = 38a^2$

oder

2 P. für die korrekte Berechnung von a, d. h. für $a = 2$ cm

oder

2 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Aufgabe 4b **Das Volumen wird um den Faktor 8 vergrössert.** **1 P.**

Lösungsweg:

$$V = 12 \cdot (2a)^3 = 12 \cdot 8a^3 = 96a^3 \qquad | \; a = 2$$
$$= 96 \cdot 2^3 = 8 \cdot 96 = 768\text{ cm}^3$$

Die Länge, die Breite und die Höhe werden jeweils verdoppelt. Das heisst, dass das Volumen um den Faktor 8 vergrössert wird.

---

kein Teilpunkt

Bemerkung:
Bei dieser Teilaufgabe wird die volle Punktzahl auch vergeben, wenn der Lösungsweg *nicht* ersichtlich ist.

Aufgabe 5a ***$P'(-x / y - 3)$*** **2 P.**

Lösungsweg:

Durch Spiegelung an der *y*-Achse entsteht der Punkt $P_1(-x / y)$.

Wird der Punkt $P_1(-x / y)$ nun noch um drei Einheiten nach unten verschoben, entsteht der Punkt $P'(-x / y - 3)$.

Teilpunkt:

1 P. für eine korrekte Koordinate des Punktes P', d. h. für $P'(-x / \ldots)$ oder für $P'(\ldots / y - 3)$

Bemerkung:
Bei dieser Teilaufgabe wird die volle Punktzahl auch vergeben, wenn der Lösungsweg *nicht* ersichtlich ist.

Aufgabe 5b $\boldsymbol{A_{Bilddreieck} = 6 \cdot A_{Originaldreieck}}$ **2 P.**

Lösungsweg 1:

Die Abbildung, die die x-Koordinate von x auf $3x + 1$ abbildet, bewirkt, dass jede Länge in x-Richtung verdreifacht wird.

Die Abbildung, die die y-Koordinate von y auf $2y$ abbildet, bewirkt, dass jede Länge in y-Richtung verdoppelt wird.

Somit wird der Flächeninhalt des Bilddreiecks sechsmal vergrössert.
Es gilt somit: $A_{Bilddreieck} = 6 \cdot A_{Originaldreieck}$

Lösungsweg 2:

$$A_{Originaldreieck} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 7 = \frac{21}{2} = 10.5$$

Das neue Dreieck hat die Koordinaten (1 / –6), (10 / –6) und (7 / 8).

$$A_{Bilddreieck} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 14 = 63$$

63 : 10.5 = 6

Das Bilddreieck ist 6-mal grösser als das Originaldreieck.

Teilpunkt:

1 P. für die drei korrekt im Koordinatensystem eingezeichneten Punkte der Bildfigur

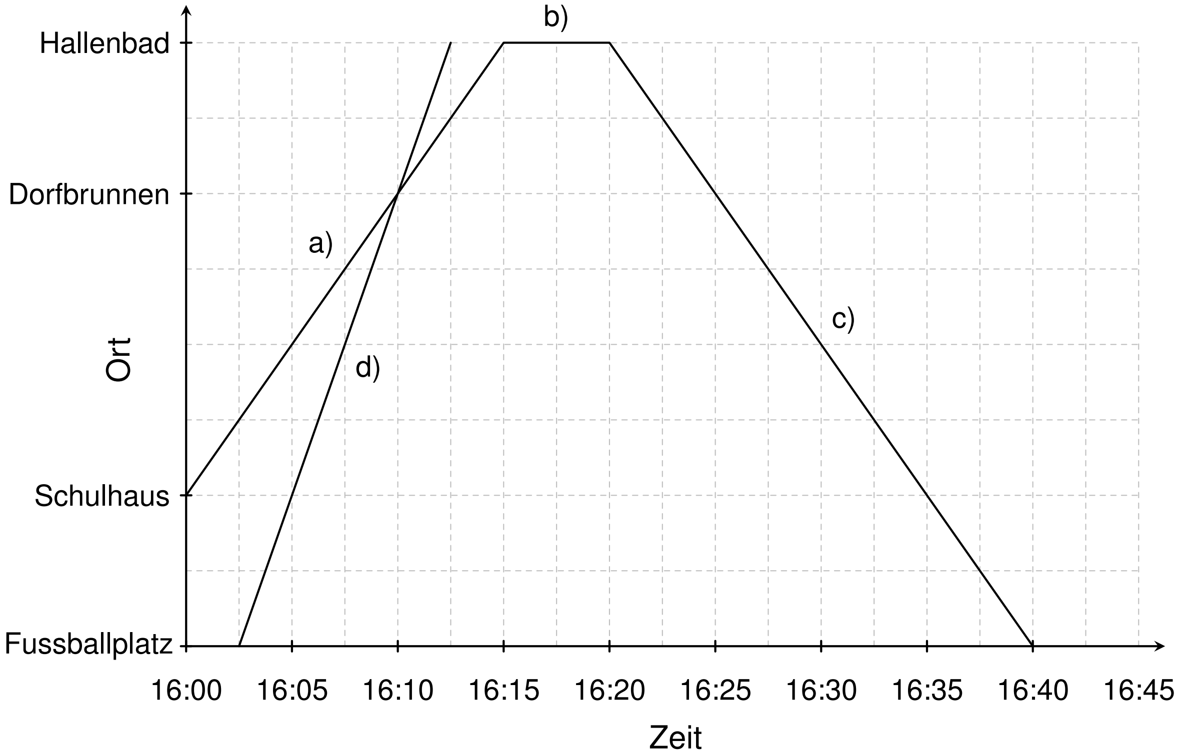
oder

1 P. für die Angabe der korrekten Koordinaten der Bildpunkte, d. h. für (1 / –6), (10 / –6) und (7 / 8)

Bemerkung:
Für die Vergabe der vollen Punktzahl muss ein Lösungsweg vorhanden sein. Als vollständiger Lösungsweg wird z. B. auch «2 · 3 = 6» akzeptiert. Nur die Zahl 6 als Antwort ergibt 0 Punkte.

Aufgabe 6 **3 P.**

Lösungsfigur:



Die Graphen müssen folgende Eigenschaften erfüllen:

	Abschnitt	Eigenschaft	Bemerkungen
Graph von Hannah			
1	b)	horizontale Linie	Der Graph verläuft in diesem Abschnitt horizontal.
2	b)	korrekte Länge	Der Abschnitt des Graphen ist 2 Häuschen (entspricht 5 min) lang.
3	c)	korrekte (durchschnittliche) Steigung	Das durchschnittliche Gefälle in diesem Abschnitt ist gleich gross wie die durchschnittliche Steigung des Graphen im Abschnitt a).
4	c)	korrekte Anfangs- und Endpunkte	Der Graph «beginnt» am Ende des Graphenstücks b) und endet auf der x-Achse.
Graph von Elias			
5	d)	korrekte (durchschnittliche) Steigung	Die durchschnittliche Steigung in diesem Abschnitt ist doppelt so gross wie die des Graphen im Abschnitt a).
6	d)	korrekter Schnittpunkt mit a)	Der Graph von Elias schneidet den Graphen von Hannah beim Dorfbrunnen um 16:10 Uhr oder um 16:25 Uhr.
7	d)	korrekte Anfangs- und Endpunkte	Der Graph «beginnt» um 16:02:30 Uhr beim Fussballplatz und «endet» um 16:12:30 Uhr beim Hallenbad.

Fortsetzung der Aufgabe 6 auf der nächsten Seite

Teilpunkte:

2 P. für sechs korrekt eingezeichnete Eigenschaften aus der obenstehenden Tabelle

oder

1 P. für drei korrekt eingezeichnete Eigenschaften aus der obenstehenden Tabelle

Bemerkung:
Die volle Punktzahl wird auch vergeben, wenn die korrekt eingezeichneten Strecken nicht mit Buchstaben beschriftet sind.

Aufgabe 7 **14 g (Tüte) und 0.55 g (Legoteilchen)** **4 P.**

Lösungsweg:

	leere Tüte	Lego-teilchen	mit Legoteilchen gefüllte Tüte
Gewicht[1] in g	x	$x - 13.45$	$x + 500 \cdot (x - 13.45)$ $= 501x - 6725$

Daraus ergibt sich die folgende Gleichung:

$$7(501x - 6725) = 2023$$

$$3507x - 47075 = 2023$$

$$3507x = 49098$$

$$x = 14$$

Eine leere Tüte wiegt 14 g, ein Legoteilchen wiegt 0.55 g.

oder

	leere Tüte	Lego-teilchen	mit Legoteilchen gefüllte Tüte
Gewicht in g	$x + 13.45$	x	$x + 13.45 + 500x$ $= 501x + 13.45$

Daraus ergibt sich die folgende Gleichung:

$$7 \cdot (x + 13.45 + 500x) = 2023$$

$$x + 13.45 + 500x = 289$$

$$501x = 275.55$$

$$x = 0.55$$

Eine leere Tüte wiegt 14 g, ein Legoteilchen wiegt 0.55 g.

Fortsetzung der Aufgabe 7 auf der nächsten Seite

[1] Streng physikalisch müsste man hier von Masse sprechen.

Teilpunkte, falls die Aufgabe mit einer Gleichung gelöst wird:

1 P. für den korrekten Term der mit Legoteilchen gefüllten Tüte, z. B.
$x + 500 \cdot (x - 13.45)$ oder $x + 13.45 + 500x$

oder

2 P. für eine korrekte Gleichung, z. B. für

$7 \cdot (x + 500 \cdot (x - 13.45)) = 2023$ (x*:* Gewicht einer leeren Tüte in g)

oder für

$7 \cdot (x + 13.45 + 500x) = 2023$ (x*:* Gewicht eines Legoteilchens in g)

oder

2 P. für eine Gleichung mit höchstens einem Fehler sowie einer folgerichtigen Lösung dieser Gleichung, jedoch ohne Angabe der beiden gesuchten Gewichte

oder

3 P. für die korrekte Lösung der richtigen Gleichung, d. h.
für $x = 14$ g *oder* für $x = 0.55$ g

oder

3 P. für die vollständige Lösung mit einer Gleichung mit höchstens einem Fehler (Der Fehler kann auch darin bestehen, dass die Gleichung mit einem einzigen Fehler aufgestellt wurde.)

Teilpunkte, falls die Aufgabe ohne Gleichung gelöst wird:

2 P. für $x = 14$ g *oder* für $x = 0.55$ g, erhalten ohne Aufstellen einer Gleichung, jedoch mit erkennbarem Lösungsweg

oder

3 P. für die korrekte Lösung der Aufgabe ohne Aufstellen einer Gleichung, sofern der Lösungsweg erkennbar ist

Bemerkung:

- Falls die Aufgabe ohne Gleichung gelöst wird und der Lösungsweg erkennbar, jedoch fehlerhaft ist, sollen die Punkte analog zur Punktevergabe beim Lösungsweg mit einer Gleichung vergeben werden (beachte dazu auch «Allgemeine Hinweise zur Korrektur»).
- Der Lösungsweg $\left(2023 - 7 \cdot 13.45\right) : 3507 = 0.55$ ergibt 3 Punkte.

Aufgabe 8 $\overline{AB} = 68\,\text{cm},\ \overline{AC} \approx 34.986\,\text{cm},\ \overline{BC} \approx 58.310\,\text{cm}$ **3 P.**

Lösungsweg:

$$r = \overline{MC} = \sqrt{\overline{H_CM}^2 + \overline{H_CC}^2} = \sqrt{16^2 + 30^2} = \sqrt{256 + 900} = \sqrt{1156} = 34\,\text{cm}$$

$$\overline{AH_C} = r - \overline{H_cM} = 34 - 16 = 18\,\text{cm}$$

$$\overline{AB} = 2 \cdot r = 68\,\text{cm}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AH_C}^2 + \overline{H_CC}^2} = \sqrt{18^2 + 30^2} = \sqrt{324 + 900} = \sqrt{1224} \approx 34.986\,\text{cm}$$

Ohne Benutzung des rechten Winkels bei C (Thaleskreis):

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{H_CB}^2 + \overline{H_CC}^2} = \sqrt{50^2 + 30^2} = \sqrt{2500 + 900} = \sqrt{3400} \approx 58.310\,\text{cm}$$

Mit Benutzung des rechten Winkels bei C (Thaleskreis):

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{68^2 - 34.986^2} = \sqrt{4624 - 1224} = \sqrt{3400} \approx 58.310\,\text{cm}$$

Mit Hilfe der Dreiecksfläche und mit Benutzung des rechten Winkels bei C:

$$\overline{H_cC} \cdot \overline{AB} = \overline{AC} \cdot \overline{BC}$$

$$\overline{BC} = \frac{\overline{H_cC} \cdot \overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{30 \cdot 68}{34.986} = \sqrt{3400} \approx 58.310$$

Teilpunkte:

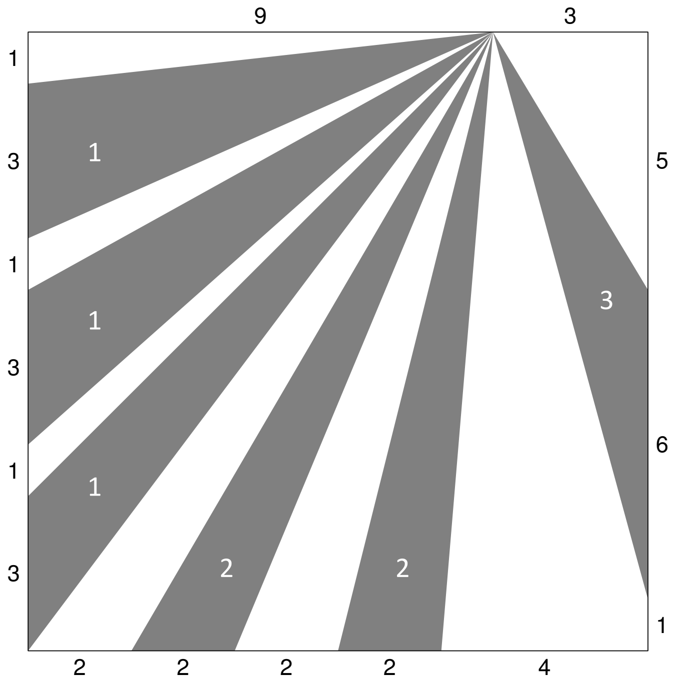
je 1 P. pro korrekte oder folgerichtig berechnete Länge der Strecke *AB, AC* und *BC*

oder

2 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Aufgabe 9 **73.5 cm^2** **3 P.**

Lösungsweg:



$$A = 3 \cdot A_{\triangle 1} + 2 \cdot A_{\triangle 2} + A_{\triangle 3}$$

$$= 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 9 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 12 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3$$

$$= 3 \cdot 13.5 + 2 \cdot 12 + 9$$

$$= 40.5 + 24 + 9 = 73.5 \text{ cm}^2$$

Teilpunkte:

1 P. für die korrekte Berechnung des Flächeninhalts eines grauen Dreiecks, d. h. für $A_{\triangle 1} = 13.5$ cm^2 oder $A_{\triangle 2} = 12$ cm^2 oder $A_{\triangle 3} = 9$ cm^2

oder

2 P. für die korrekte Berechnung des Flächeninhalts von zwei unterschiedlich grossen grauen Dreiecken, d. h. für

$A_{\triangle 1} = 13.5$ cm^2 *und* $A_{\triangle 2} = 12$ cm^2 oder

$A_{\triangle 1} = 13.5$ cm^2 *und* $A_{\triangle 3} = 9$ cm^2 oder

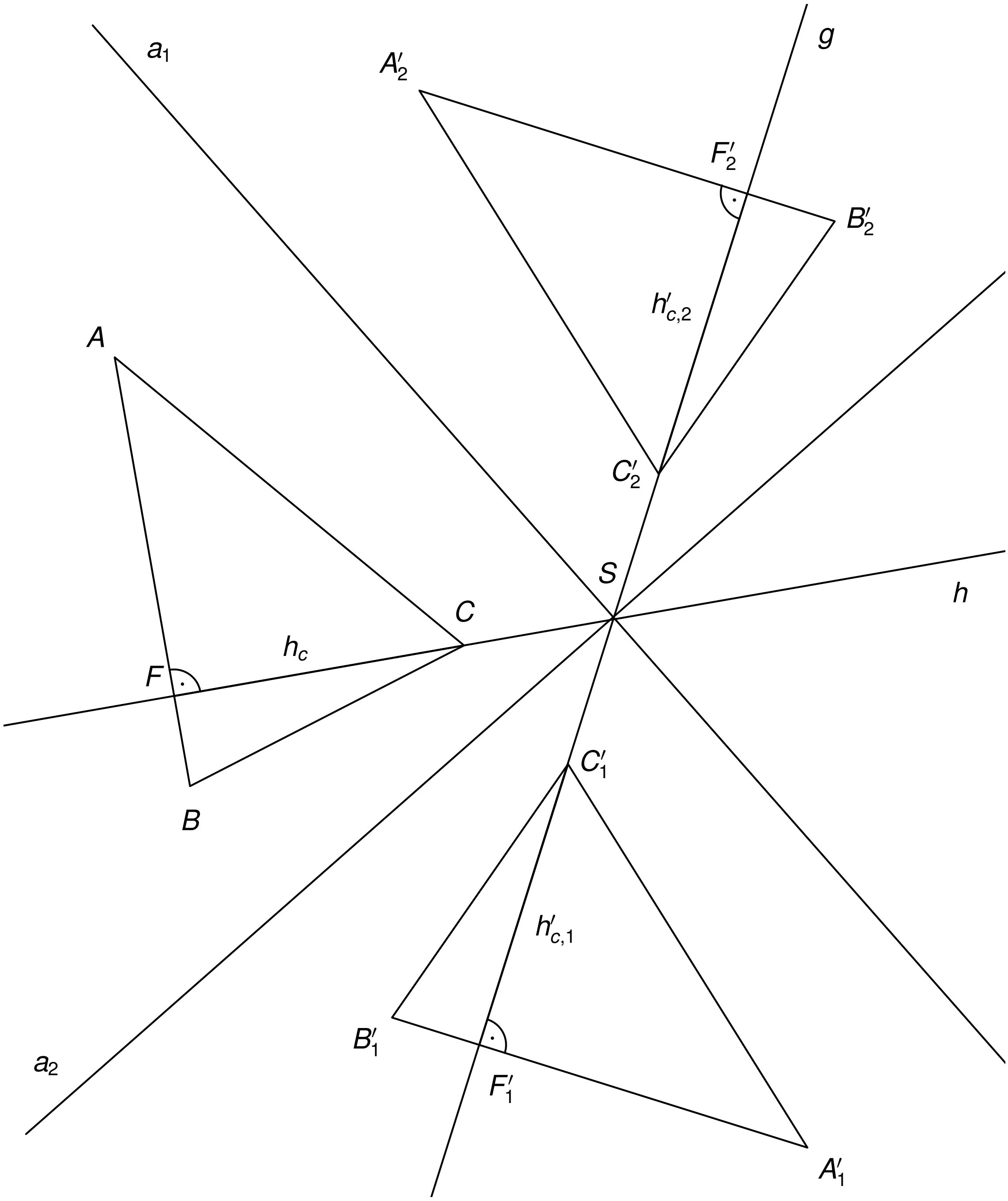
$A_{\triangle 2} = 12$ cm^2 *und* $A_{\triangle 3} = 9$ cm^2

oder

2 P. für die korrekte Durchführung aller Rechen- und Umformungsschritte mit höchstens einem Fehler

Aufgabe 10 **3 P.**

Lösungsfigur:



Konstruktionsbericht:

1. Die Gerade $g(C, F)$ wird mit h bezeichnet.
2. $h \cap g = \{S\}$
3. Winkelhalbierende a_1 und a_2 des $\angle(g, h)$ (= Spiegelachsen)
4. Spiegle das Dreieck ABC an a_1 ➔ Dreieck $A_1'B_1'C_1'$
5. Spiegle das Dreieck ABC an a_2 ➔ Dreieck $A_2'B_2'C_2'$

Fortsetzung der Aufgabe 10 auf der nächsten Seite

Teilpunkte:

je 1 P. pro korrekt konstruierte Spiegelachse a_1 und a_2

plus

1 P. für die korrekte Konstruktion des Dreiecks $A_1'B_1'C_1'$ oder $A_2'B_2'C_2'$ an einer *korrekten* Spiegelachse

Aufgabe 11a $\mathbf{V_{Pyramide} = \frac{1}{6} \cdot V_{Würfel}}$ **1 P.**

Lösungsweg:

$$V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot G_{Würfel} \cdot h = \frac{1}{6} \cdot V_{Würfel}$$

oder

$$V_{Würfel} = 9^3 = 729 \text{ cm}^3$$

$$V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 9^2 \cdot 9 = \frac{1}{6} \cdot 9^3 = 121.5 \text{ cm}^3 = \frac{1}{6} \cdot V_{Würfel}$$

Das Pyramidenvolumen beträgt $\frac{1}{6}$ des Würfelvolumens.

---

kein Teilpunkt

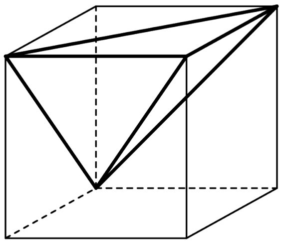
Bemerkungen:

- Die Resultate $16.\overline{6}\%$ und 0.16 werden auch als richtig akzeptiert.
- Für die Vergabe der vollen Punktzahl muss ein Lösungsweg vorhanden sein. Nur die Zahl $\frac{1}{6}$ als Antwort ergibt 0 Punkte.

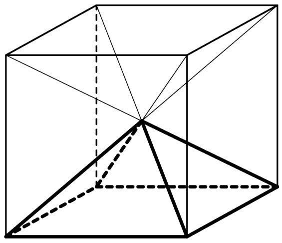
Aufgabe 11b **2 P.**

Lösung:

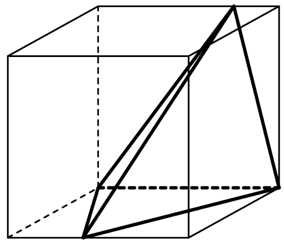
☒ ja ☐ nein



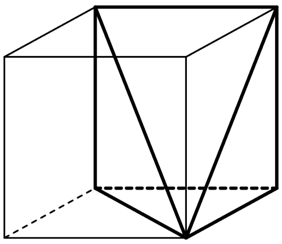
☒ ja ☐ nein



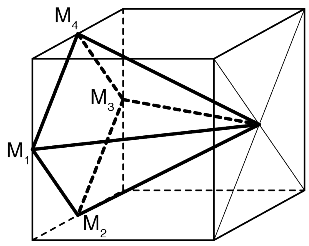
☒ ja ☐ nein



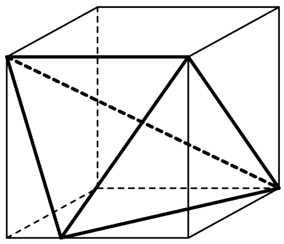
☐ ja ☒ nein



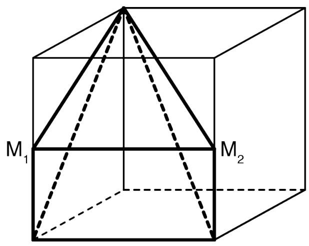
☒ ja ☐ nein



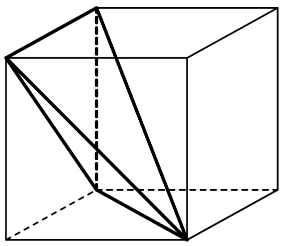
☒ ja ☐ nein



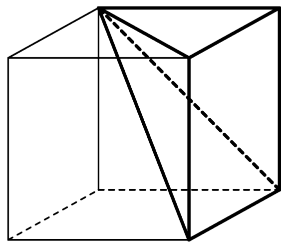
☒ ja ☐ nein



☒ ja ☐ nein



☐ ja ☒ nein

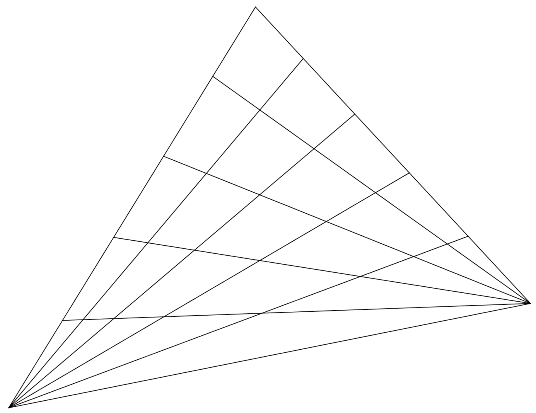


keine Teilpunkte

Bemerkung:
Die volle Punktzahl wird nur vergeben, wenn bei *jeder* Figur *entweder* ja *oder* nein angekreuzt ist.

Aufgabe 12a **25 Flächen** **1 P.**

Lösungsskizze:



kein Teilpunkt

Bemerkung:
Bei dieser Teilaufgabe wird die volle Punktzahl auch vergeben, wenn der Lösungsweg *nicht* ersichtlich ist.

Aufgabe 12b $(\boldsymbol{n}+1)\cdot(\boldsymbol{n}+1)=(\boldsymbol{n}+1)^2$ **Flächen** **1 P.**

Linien	Anzahl Teilstrecken pro Dreiecksseite	Anzahl Teilflächen
2	3	$3^2 = 9$
3	4	$4^2 = 16$
4	5	$5^2 = 25$
5	6	$6^2 = 36$
...	...	...
n	n + 1	$(n+1)\cdot(n+1)=(n+1)^2$

kein Teilpunkt

Bemerkung:
Bei dieser Teilaufgabe wird die volle Punktzahl auch vergeben, wenn der Lösungsweg *nicht* ersichtlich ist.